

Desarrollo de software para el análisis probabilístico de integridad de ductos

José de Jesús **Silva-Lomelí**
Alfonso **Campos-Vázquez**
Alejandro **Escamilla-Navarro**

Departamento de Mecánica,
Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías
Avanzadas, Instituto Politécnico Nacional.
Col. Ticomán, CP 07340, México, DF.
MÉXICO.

Tel: (52) 5729-6000 ext. 56882

correo electrónico (email): jsilval@ipn.mx
acampos@ipn.mx
aescamillan@ipn.mx

Recibido el 27 de enero de 2010; aceptado el 30 de junio de 2011.

1. Resumen

Una de las aplicaciones de la mecánica de la fractura probabilística (MFP) es el estudio de oleogasoductos, este procedimiento se basa en la determinación de la probabilidad, en donde variables aleatorias como: cargas aplicadas, propiedades mecánicas del material, geometría del ducto y grietas, pueden ocasionar la falla de una estructura. Utilizando el método Monte Carlo escenarios múltiples, introduciendo valores aleatorios a partir de las distribuciones de probabilidad tanto de carga como de resistencia. El resultado obtenido de este análisis es una distribución estadística de la probabilidad de falla; mientras que la mecánica de fractura determinística (MFD) solamente genera el valor de J_{Ic} para fractura elasto-plástica (MFEP) de ciertos valores previos. De esta manera, los análisis probabilísticos proporcionan un panorama más completo de la situación real de la integridad de ductos. La aplicación de la MFP reemplaza el factor de seguridad clásico N por el concepto de confiabilidad estructural. De esta manera, el análisis de riesgo basado en la mecánica de fractura probabilística permite incrementar el nivel de seguridad en oleogasoductos y al mismo tiempo disminuir los costos de mantenimiento. Este trabajo considera los siguientes puntos: a). Determinar dos ecuaciones determinísticas para la Integral J_a y J_c . b). Crear un programa

generado en el ambiente MATLAB, este código muestra los procesos determinísticos y probabilísticos del análisis de ductos, con una relación $R/t = 43.6$ para mecánica de fractura elasto-plástica.

Palabras clave: mecánica de la fractura probabilística (MFP), fractura elasto-plástica, oleogasoducto, probabilidad de falla.

2. Abstract (Software Development for the Probabilistic Analysis Pipeline Integrity)

One of the applications of Probabilistic Fracture Mechanics (PFM) is the study of pipeline system, this procedure is based on determining the probability of random values, such as: applied load, mechanical properties of material, pipe geometry and cracks, may be to failure structure, using Monte Carlo simulation multiple scenarios are modeled, sampling values from the probability distributions for the load and strength. The result from this analysis is a statistical distribution of the failure probability, not just as a single number, as in the case of deterministic fracture mechanics. Thus, the analysis gives a more complete picture of the actual situation with pipeline integrity. PFM analysis replaces the classical safety factors by the concept of structural reliability. Thus, the analysis of risk based on probabilistic fracture mechanics allows increasing of the level of security in oil pipeline and at the same time to diminish the maintenance costs. This work considers the following points: a). To determine two deterministic equations for J_a and J_c . b). To create a program generated under MATLAB environment, this code shows the deterministic and probabilistic process of the pipeline analysis with a rate $R/t = 43.6$ for elasto-plastic fracture mechanics.

Key words: probabilistic fracture mechanics (PFM), elasto-plastic fracture, pipeline, structural reliability.

3. Introducción

Una de las causas más comunes de falla en ductos amargos en servicio es el agrietamiento inducido por hidrógeno. Esta forma de daño origina la creación de grietas microscópicas en las paredes del ducto, siendo este defecto una de las causas principales de reparación y fin de vida útil de una línea de conducción [1.1].

Cuando las grietas son detectadas, deben evaluarse para determinar la conveniencia de que el ducto continúe operando o la necesidad de reparación del mismo. Para llevar a cabo esta evaluación, se necesita conocer la geometría del ducto y las dimensiones de la grieta, asimismo los valores exactos de las propiedades mecánicas del material, así como las tensiones generadas en servicio. Para la obtención del factor de intensidad de tensiones K y la integral J de varios ductos en servicio dentro del rango elástico y plástico, es necesaria la utilización de métodos numéricos como el método del elemento finito MEF.

En los últimos años el MEF ha sido de gran importancia para solucionar casi cualquier tipo de problema elasto-plástico de una manera eficiente. Software que utilizan este método son muchos, los más importantes: ABAQUS, ANSYS, WARP3D y FEACrack. En el caso de los dos últimos software se utilizan de forma constante en la NASA y empresas americanas para estudios de fisuras en estructuras aeroespaciales y plantas de generación, ya que cuentan con menús que incluyen diversos tipos de grietas disponibles y las interfaces necesarias con otros programas.

El análisis de la integridad estructural del ducto [1.2], teniendo como variables aleatorias el tamaño de las grietas elípticas (longitud y profundidad), así como el espesor del ducto se efectúa mediante el método clásico de prueba utilizando azar o generación de números aleatorios como parte importante del método Monte Carlo. En esta técnica se tiene un valor calculado J_a y J_c , que se compara con un valor crítico J_{lc} , con bastantes iteraciones se logra determinar la probabilidad de falla dividiendo las ocasiones que se generaron las fallas ($J_a \geq J_{lc}$ y $J_c \geq J_{lc}$), entre el número de simulaciones o pruebas realizadas [1.3].

Se crea el programa FRACPROB, bajo el ambiente de MATLAB para su utilización en análisis de ductos con una relación de radio medio y espesor $R/t = 43.6$, cabe hacer la aclaración que este programa es parte inicial de un ambiente computacional que se piensa tener en un futuro para análisis no sólo de grietas internas, sino que también externas, tanto circunferenciales como longitudinales, sometidas a presión interna, externa, temperatura, flexión y torsión combinada.

4. Objetivo

Desarrollar la metodología para el análisis probabilístico de la integridad estructural de oleogasoductos, que presentan un defecto caracterizado como grieta elíptica interna longitudinal, mediante la interacción de un software bajo el ambiente MATLAB. El software FRACPROB servirá como herramienta que permita al personal de mantenimiento tomar la deci-

sión entre reparar, eliminar o mantener en servicio a un oleogasoducto hasta la siguiente inspección programada.

Este trabajo se propone presentar a la consideración de especialistas del Instituto Mexicano del Petróleo (IMP) que interviene de manera constante en la evaluación de la integridad de los oleogasoductos, sea numérica o experimentalmente.

5. Definición del problema

México es un país que cuenta con importantes yacimientos petroleros, éstos se encuentran tanto en el continente como en el lecho marino. Debido a la necesidad de una distribución eficiente y confiable tanto del petróleo como del gas natural, se utilizan para su transporte a los oleogasoductos.

Petróleos Mexicanos (PEMEX) gasta enormes sumas de dinero en el mantenimiento de sus ductos y aún así, se presentan fallas inesperadas (figura 1) que provocan fugas y explosiones. Estos eventos acarrearán enormes costos por pérdidas de producción, pago de afectaciones y reparación de las áreas ecológicas dañadas, además de deteriorar seriamente la imagen de la empresa.

Con la finalidad de tener información que permita tomar decisiones adecuadas es conveniente conocer la probabilidad de que ocurra alguna falla, en este artículo se realizará la metodología para el análisis determinístico y probabilístico de un ducto que tiene un diámetro exterior d , y un espesor de pared t , el cual está afectado por una grieta interna elíptica en la dirección longitudinal con dimensión $2c$ y transversal a . El ducto es sometido a una presión interna de operación P .



Fig. 1. Falla en ducto.

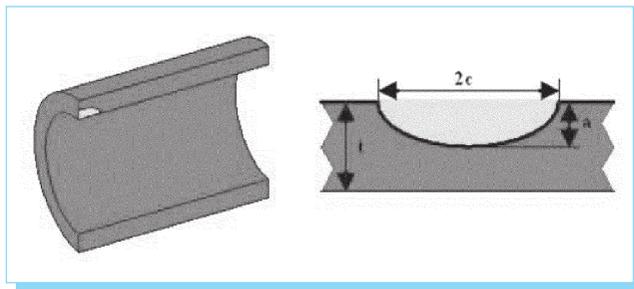


Fig. 2. Ducto con grieta interna elíptica longitudinal.

El análisis se efectuará utilizando el modelado de elementos finitos para ocho diferentes propiedades mecánicas de aceros (obtenidas de probetas) y configuraciones de grietas. En la figura 2 se muestra el modelado de la geometría del ducto y la grieta elíptica interna.

5.1. Propiedades mecánicas del material utilizado

Cuando se realiza un análisis de integridad, es necesario contar con las propiedades mecánicas del material que interviene en el análisis, esta información se puede obtener efectuando ensayos destructivos de probetas de los ductos. En el caso de estudio de este trabajo, se realizaron pruebas de resistencia a la tracción en el Laboratorio de Pruebas Mecánicas de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME Zacatenco) del Instituto Politécnico Nacional de México. Los ensayos se efectuaron en una prensa hidráulica de 10 toneladas marca INSTRON 4505, conforme a la Norma ASTM E-8. Las probetas utilizadas fueron maquinadas del mismo material que el ducto fracturado. El material de la tubería es acero API-5L Gr. X52.

Los datos en la tabla 1 muestran las propiedades mecánicas obtenidas de ocho ensayos destructivos realizados a diferentes probetas. Las propiedades mecánicas que se obtuvieron son: el módulo de elasticidad E , tensión de cedencia o fluencia σ_0 , tensión máximo σ_m , y la tensión de fractura σ_{fract} . En la figura 3 se muestra la curva tensión-deformación característica para este acero.

Se puede observar que en el primer ensayo de acuerdo a la curva, corresponde a un material dúctil, la tensión de cedencia se ha obtenido mediante un offset del 0.2% de la deformación total, este método es adecuado para obtener la tensión de cedencia en gráficos donde no es apreciable con facilidad el valor de σ_0 .

Tabla 1. Características geométricas de las probetas.

Núm. ensayo	L_0 (mm)	L_f (mm)	A_0 (mm ²)	Elongación
1	49.1	67.22	120.7628	0.36904
2	49.8	68.00	118.8229	0.36546
3	49.1	68.76	118.9229	0.40040
4	49.6	67.42	118.8229	0.35927
5	49.6	68.72	118.8229	0.38548
6	49.7	68.22	120.7628	0.37263
7	49.9	66.06	120.7628	0.32384
8	50.1	69.72	118.8229	0.39161

5.2. Curva tensión-deformación real

La curva tensión-deformación real es muy importante para la obtención de la integral J , ya que son los datos que se introducen en el software FEACrack y WARP3D para la solución y obtención de la energía total en la apertura de grieta. Los datos que se introducen deben de ser los obtenidos del comportamiento elástico y plástico del acero.

Para transformar las tensiones y deformaciones de ingeniería a tensiones y deformaciones reales se hace uso de la actualización del A_0 dentro de la ecuaciones básicas de la resistencia de los materiales; sin embargo, estas transformaciones son válidas hasta justo antes de la tensión máxima de la curva tensión-deformación ingenieril.

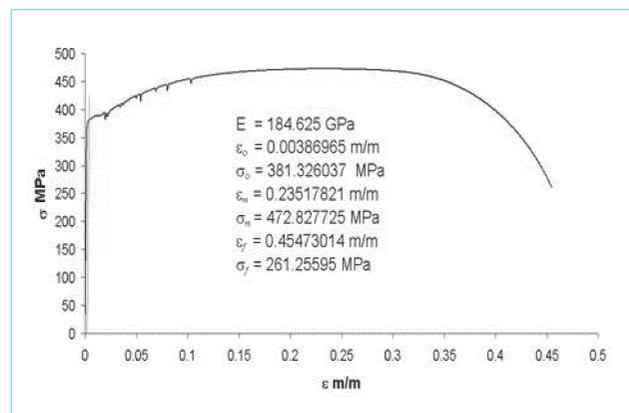


Fig. 3. Curva tensión-deformación del acero API-5L Gr. X52 para el primer ensayo destructivo.

Tabla 2. Propiedades mecánicas reales del acero API-5L Gr.X52.

Ensayo	E (GPa)	ϵ_0 (mm/mm)	σ_0 (MPa)	α	n
1	184.898	0.00386219	382.801637	10.8	5.29
2	181.048	0.00395802	374.724788	11.2	4.90
3	183.233	0.00411575	391.896355	12.0	5.20
4	195.708	0.00389864	391.600059	12.7	5.25
5	183.814	0.00384840	372.360430	11.	4.90
6	185.145	0.00394092	366.828493	12.7	4.70
7	197.850	0.00400001	384.309328	11.7	5.60
8	199.459	0.00390951	393.082866	15.0	5.28

Los valores de las propiedades mecánicas reales del material del ducto se muestran en la tabla 2, donde se aprecia que los valores obtenidos son muy similares a los de la curva tensión-deformación ingenieril.

La curva tensión-deformación real correspondiente se muestra en la figura 4.

5.3. Condiciones de operación del ducto

El Instituto Mexicano del Petróleo (IMP) ha proporcionado unas muestras del material con el que han sido manufacturados los ductos. Así mismo, se hizo llegar la información que se muestra en la tabla 3, con las características geométricas del ducto y las condiciones de operación.

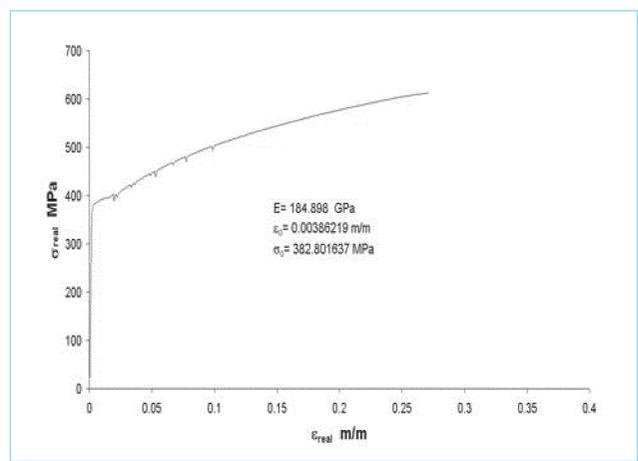


Fig. 4. Curva tensión-deformación real del acero API-5L Gr. X52.

Tabla 3. Información general del ducto.

Material	acero al carbono API-5L Gr. X52
Diámetro nominal	30 pulgadas [0.762 m]
Espesor nominal	0.344 pulgadas [0.00874 m]
Condiciones de operación	
Fluido manejado	crudo
Temperatura de operación	30°C
Presión de operación	aprox. 72 kg/cm ² [7.0632 MPa]
	aprox. 15 kg/cm ² [1.4715 MPa]

5.4. Factores geométricos

Debido a que no existe fórmula adecuada y actual para la obtención de la integral J en un ducto a presión interna y con una grieta elíptica que varía en forma transversal y longitudinal, a continuación se presenta el procedimiento para la obtención de los valores F y H , que son parte importante de las integrales J ($J_{elastic}$ y $J_{plastic}$).

Para cumplir con el objetivo de esta sección, es decir, para encontrar el valor del factor F en la expresión de $J_{elastic}$, es necesario calcular el factor de intensidad de tensiones K . Por otro lado, para determinar el factor H en la expresión de $J_{plastic}$ es necesario calcular la integral J total, que es igual a la suma de $J_{elastic}$ y $J_{plastic}$. Para llevar a cabo esta tarea, en primer lugar, se analizarán en forma elástica treinta ductos diferentes que contemplan las siguientes variaciones de la grieta:

$$2.0 \text{ mm} \leq a \leq 6.5 \text{ mm} \quad 5.0 \text{ mm} \leq c \leq 9.0 \text{ mm}$$

La relación entre el radio interior del ducto y el espesor de pared es $R/t = 43.6$. Posteriormente para la parte elastoplástica, se volverán a analizar treinta diferentes ductos con las mismas variaciones de grietas, pero ahora agregando al análisis los factores de Ramberg-Osgood n y α , que ajustan la curva tensión-deformación en el rango plástico (véase tabla 2). El software que se utilizará será FEACrack y WARP3D.

3.5. Análisis elástico (grieta mínima y máxima)

A continuación se presenta el desplazamiento total en el ducto, la tensión de Von Mises y la integral J elástica contra el ángulo de variación del frente de grieta.

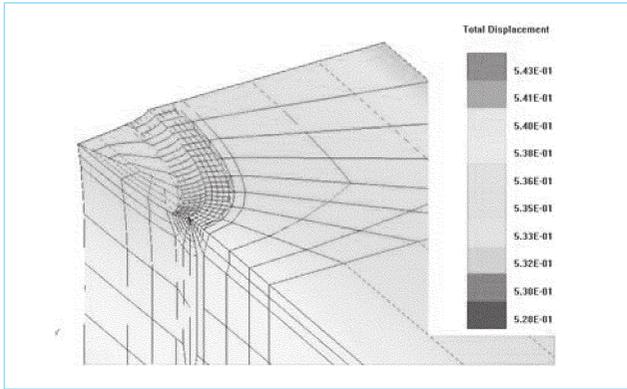


Fig. 5. Grieta con longitud de 5 mm y profundidad de 2 mm. 8787 nodos, 1885 elementos (pipe_01).

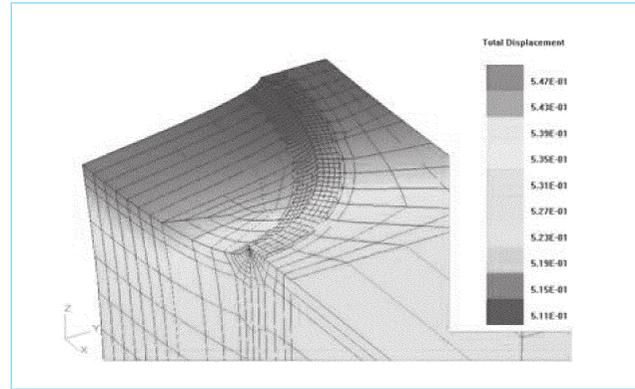


Fig. 8. Grieta con longitud de 9 mm y profundidad de 6.5 mm. 15352 nodos, 3406 elementos (pipe_30).

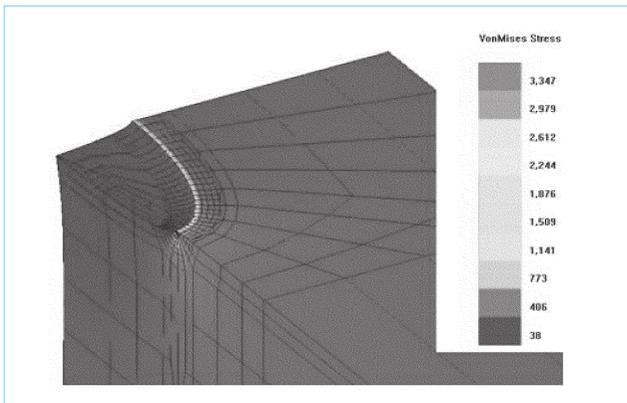


Fig. 6. Tensión de Von Mises. Software utilizado FEACrack (pipe_01).

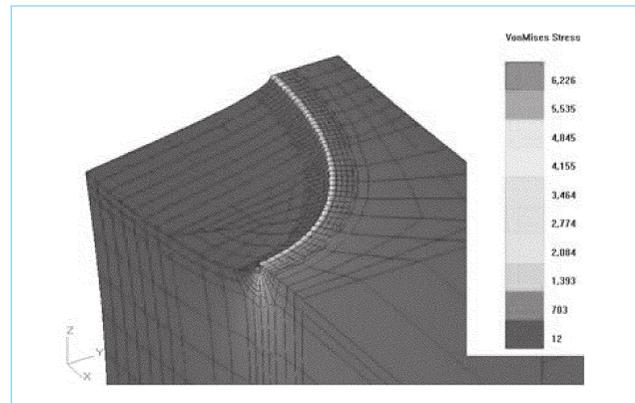


Fig. 9. Tensión de Von Mises. Software utilizado FEACrack (pipe_30).

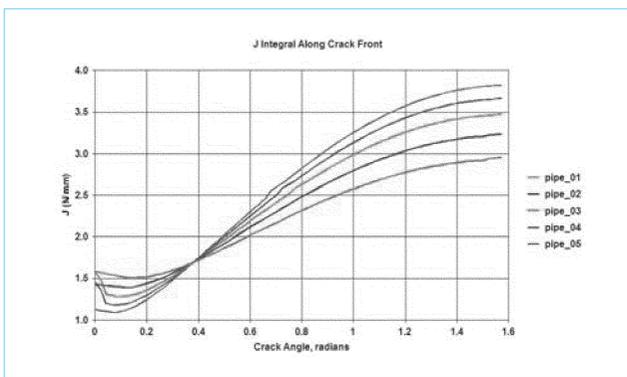


Fig. 7. Gráfico de la integral $J - \phi$ (pipe_01).

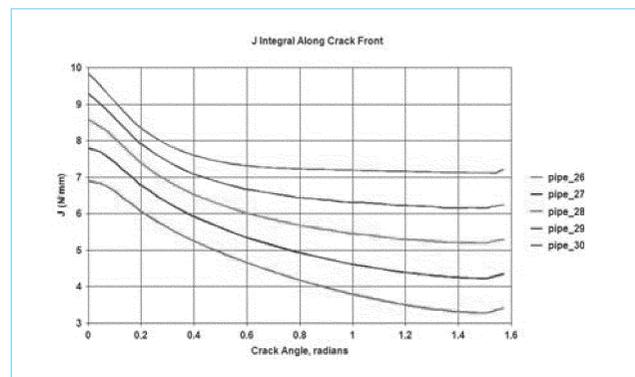


Fig. 10. Gráfico de la integral $J - \phi$ (pipe_30).

Tabla 6. Análisis elásticos efectuados.

Nombre del análisis	<i>a</i> mm	<i>c</i> mm	<i>t</i> mm	J_c (0°) N/mm	J_a (90°) N/mm
pipe_26	6.5	5.0	8.74	6.8993	3.4196
pipe_27	6.5	6.0	8.74	7.8036	4.3470
pipe_28	6.5	7.0	8.74	8.5970	5.2906
pipe_29	6.5	8.0	8.74	9.2916	6.2403
pipe_30	6.5	9.0	8.74	9.8603	7.2133

5.6. Análisis elastoplástico (grieta mínima y máxima)

Con las propiedades mecánicas de material (incluyendo las constantes de Ramberg-Osgood) se solucionan los treinta modelos. Es conveniente mencionar que el tiempo de solución de un análisis elastoplástico es dependiendo de la malla de ele-

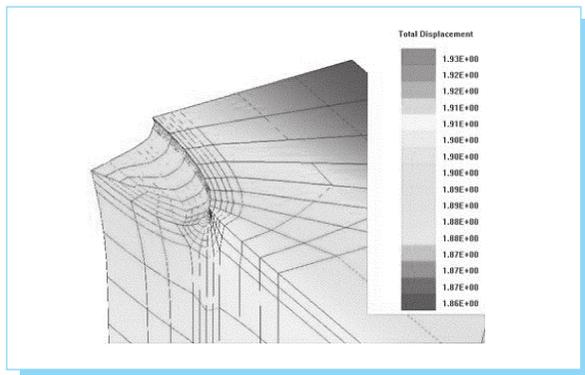


Fig. 11. Grieta con longitud de 5 mm y profundidad de 2 mm. 584 nodos, 1089 elementos (pipe_01).

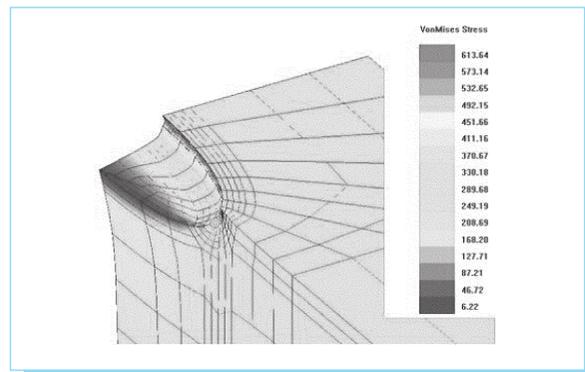


Fig. 12. Tensión de Von Mises. Software utilizado FEACrack (pipe_01).

mentos finitos y la velocidad de procesamiento de la computadora en donde se realizará el proceso. La solución tiene que converger a un resultado adecuado (Método de Newton-Raphson) para poder conocer la integral J elastoplástica.

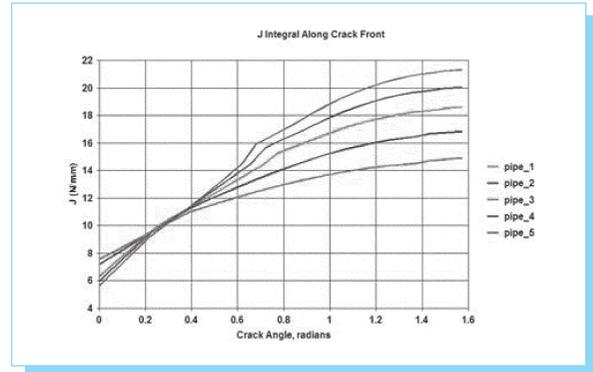


Fig. 13. Gráfico de la integral $J - \phi$ (pipe_01).

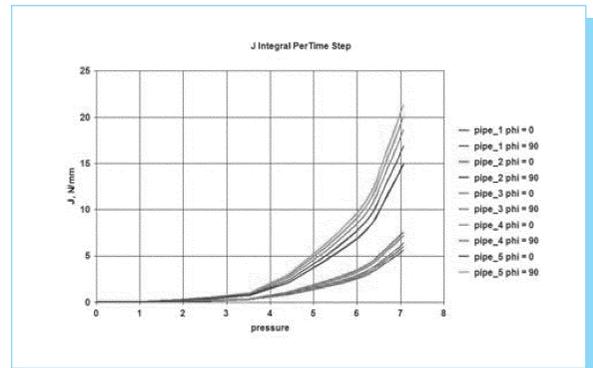


Fig. 14. Gráfico de la integral $J - p$ (pipe_01).

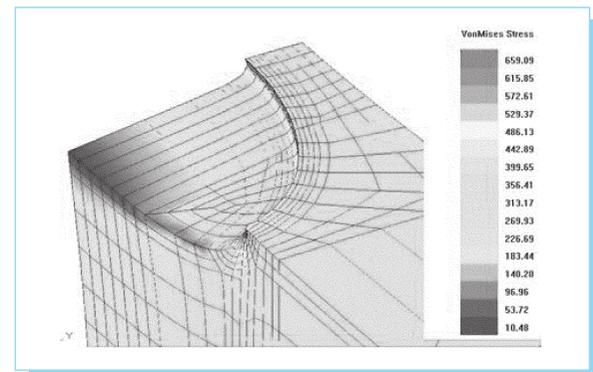


Fig. 15. Longitud de 9 mm y profundidad de 6.5 mm. 9531 nodos, 1938 elementos (pipe_30).

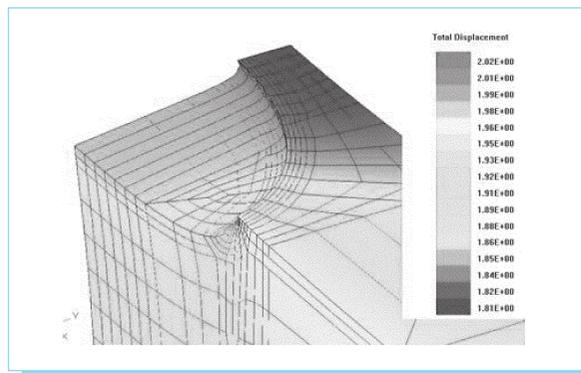


Fig. 16. Tensión de Von Mises. Software utilizado FEACrack (pipe_30).

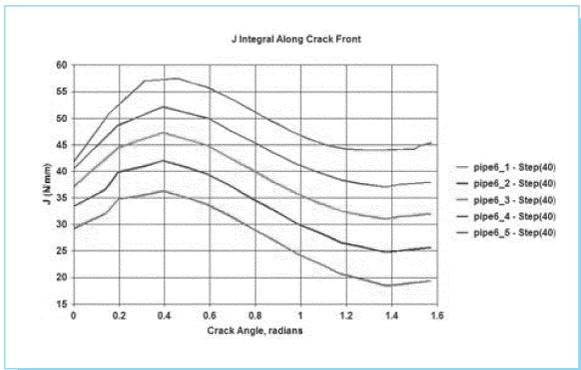


Fig. 17. Gráfico de la integral $J - \phi$ (pipe_30).

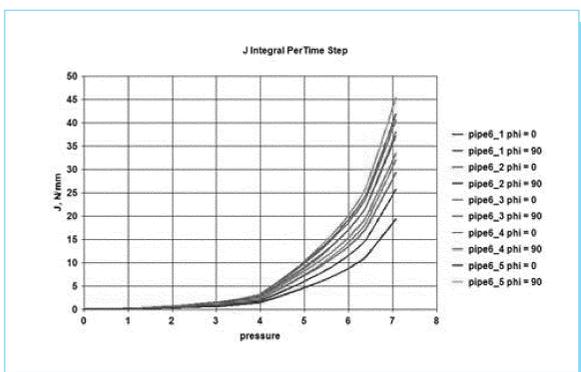


Fig. 18. Gráfico de la integral $J - p$ (pipe_30).

Observando el comportamiento de la integral J en todo el análisis (figura 20), se pudieron determinar dos ecuaciones que muestran el comportamiento elastoplástico de la grieta.

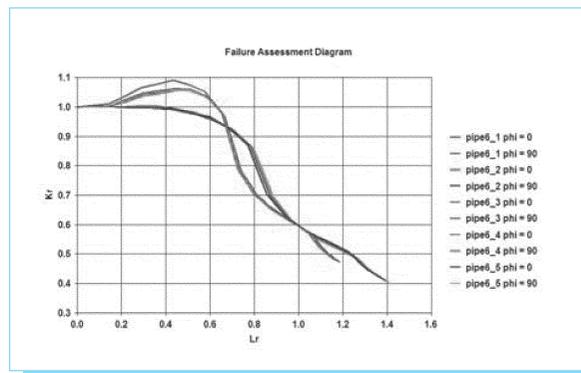


Fig. 19. Gráfico de $Kr - Lr$.

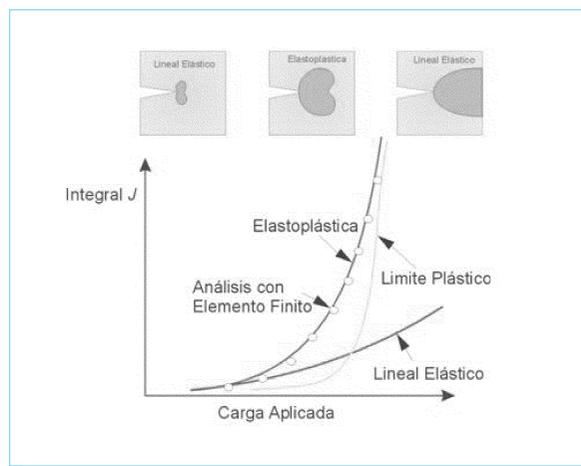


Fig. 20. Comportamiento de la integral J .

Para las ecuaciones (1) y (2) se necesita saber el valor de los parámetros F y H que definen el comportamiento elástico y plástico del ducto.

$$J_a = \frac{\pi t \sigma^2 (1 - \nu^2)}{E} F \left[\frac{a}{t}, \frac{c}{t} \right] + \alpha \sigma_0 \epsilon_0 t \left[\frac{\sigma}{\sigma_0} \right]^{n+1} H \left[\frac{a}{c}, \frac{c}{t} \right] \quad (1)$$

$$\sigma = \frac{pR_i}{t} \quad \text{para} \quad \frac{R_i}{t} = 43.6$$

$$0.2288 \leq \frac{a}{t} \leq 0.7437 \quad 0.2222 \leq \frac{a}{c} \leq 1.3$$

$$F = A \left[\frac{a}{t} \right]^4 + B \left[\frac{a}{t} \right]^3 + C \left[\frac{a}{t} \right]^2 + D \left[\frac{a}{t} \right] + E$$

$$H = A' \left[\frac{a}{c} \right]^4 + B' \left[\frac{a}{c} \right]^3 + C' \left[\frac{a}{c} \right]^2 + D' \left[\frac{a}{c} \right] + E'$$

$$0.57 \leq \frac{c}{t} \leq 1.03$$

$$A = -2823.2478 \left[\frac{c}{t} \right]^4 + 9482.3263 \left[\frac{c}{t} \right]^3 - 11774.3853 \left[\frac{c}{t} \right]^2 + 6399.9684 \left[\frac{c}{t} \right] - 1281.5225$$

$$B = 6328.3230 \left[\frac{c}{t} \right]^4 - 21230.0132 \left[\frac{c}{t} \right]^3 + 26328.9049 \left[\frac{c}{t} \right]^2 - 14292.2892 \left[\frac{c}{t} \right] + 2859.0536$$

$$C = -5318.1516 \left[\frac{c}{t} \right]^4 + 17802.285 \left[\frac{c}{t} \right]^3 - 22027.3298 \left[\frac{c}{t} \right]^2 + 11926.7426 \left[\frac{c}{t} \right] - 2380.8305$$

$$D = 1878.8668 \left[\frac{c}{t} \right]^4 - 6284.0617 \left[\frac{c}{t} \right]^3 + 7768.5199 \left[\frac{c}{t} \right]^2 - 4200.0671 \left[\frac{c}{t} \right] + 837.4361$$

$$E = -246.41 \left[\frac{c}{t} \right]^4 + 822.9011 \left[\frac{c}{t} \right]^3 - 1015.9147 \left[\frac{c}{t} \right]^2 + 548.5078 \left[\frac{c}{t} \right] - 109.0131$$

$$A' = 3722.2196 \left[\frac{c}{t} \right]^4 - 11284.4146 \left[\frac{c}{t} \right]^3 + 12683.4464 \left[\frac{c}{t} \right]^2 - 6259.9034 \left[\frac{c}{t} \right] + 1144.3891$$

$$B' = -7337.8136 \left[\frac{c}{t} \right]^4 + 22349.5524 \left[\frac{c}{t} \right]^3 - 25230.4739 \left[\frac{c}{t} \right]^2 + 12505.8656 \left[\frac{c}{t} \right] - 2295.6730$$

$$C' = 5398.87 \left[\frac{c}{t} \right]^4 - 16562.5339 \left[\frac{c}{t} \right]^3 + 18826.5302 \left[\frac{c}{t} \right]^2 - 9398.0570 \left[\frac{c}{t} \right] + 1736.9978$$

$$D' = -1779.2330 \left[\frac{c}{t} \right]^4 + 5516.8463 \left[\frac{c}{t} \right]^3 - 6336.0710 \left[\frac{c}{t} \right]^2 + 3198.3304 \left[\frac{c}{t} \right] - 597.2302$$

$$E' = 227.3487 \left[\frac{c}{t} \right]^4 - 715.0793 \left[\frac{c}{t} \right]^3 + 833.2617 \left[\frac{c}{t} \right]^2 - 426.3960 \left[\frac{c}{t} \right] + 80.7674$$

$$J_c = \frac{\pi t \sigma^2 (1 - \nu^2)}{E} F \left[\frac{a}{t}, \frac{c}{t} \right] + \alpha \sigma_0 \varepsilon_0 t \left[\frac{\sigma}{\sigma_0} \right]^{\mu+1} H \left[\frac{a}{c}, \frac{c}{t} \right] \quad (2)$$

$$0.2288 \leq \frac{a}{t} \leq 0.7437 \quad 0.2222 \leq \frac{a}{c} \leq 1.3$$

$$F = A \left[\frac{a}{t} \right]^4 + B \left[\frac{a}{t} \right]^3 + C \left[\frac{a}{t} \right]^2 + D \left[\frac{a}{t} \right] + E$$

$$H = A' \left[\frac{a}{c} \right]^4 + B' \left[\frac{a}{c} \right]^3 + C' \left[\frac{a}{c} \right]^2 + D' \left[\frac{a}{c} \right] + E'$$

$$0.57 \leq \frac{c}{t} \leq 1.03$$

$$A = 76.877 \left[\frac{c}{t} \right]^4 - 224.2672 \left[\frac{c}{t} \right]^3 + 207.6692 \left[\frac{c}{t} \right]^2 - 66.0804 \left[\frac{c}{t} \right] + 2.5404$$

$$B = -952.8419 \left[\frac{c}{t} \right]^4 + 3100.9578 \left[\frac{c}{t} \right]^3 - 3653.9897 \left[\frac{c}{t} \right]^2 + 1847.8214 \left[\frac{c}{t} \right] - 337.2965$$

$$C = 1426.9896 \left[\frac{c}{t} \right]^4 - 4702.6633 \left[\frac{c}{t} \right]^3 + 5660.1108 \left[\frac{c}{t} \right]^2 - 2941.5524 \left[\frac{c}{t} \right] + 555.1306$$

$$D = -721.7003 \left[\frac{c}{t} \right]^4 + 2393.5674 \left[\frac{c}{t} \right]^3 - 2908.6768 \left[\frac{c}{t} \right]^2 + 1530.5319 \left[\frac{c}{t} \right] - 292.1582$$

$$E = 114.8049 \left[\frac{c}{t} \right]^4 - 382.5506 \left[\frac{c}{t} \right]^3 + 467.6888 \left[\frac{c}{t} \right]^2 - 248.0119 \left[\frac{c}{t} \right] + 47.8641$$

$$A' = -13560.5948 \left[\frac{c}{t} \right]^4 + 42308.1857 \left[\frac{c}{t} \right]^3 - 48834.4870 \left[\frac{c}{t} \right]^2 + 24714.7987 \left[\frac{c}{t} \right] - 4623.8151$$

$$\begin{aligned}
 B' &= 31074.9570 \left[\frac{c}{t} \right]^4 - 97543.3612 \left[\frac{c}{t} \right]^3 + 113215.6581 \left[\frac{c}{t} \right]^2 \\
 &\quad - 575888.5636 \left[\frac{c}{t} \right] + 10821.5516 \\
 C' &= -26041.6539 \left[\frac{c}{t} \right]^4 + 82173.9113 \left[\frac{c}{t} \right]^3 - 95838.8003 \left[\frac{c}{t} \right]^2 \\
 &\quad + 48963.6309 \left[\frac{c}{t} \right] - 9234.6839 \\
 D' &= 9292.7793 \left[\frac{c}{t} \right]^4 - 29457.7225 \left[\frac{c}{t} \right]^3 + 34503.4176 \left[\frac{c}{t} \right]^2 \\
 &\quad - 17692.4626 \left[\frac{c}{t} \right] + 3346.6652 \\
 E' &= -1178.7318 \left[\frac{c}{t} \right]^4 + 3752.2119 \left[\frac{c}{t} \right]^3 - 4411.9180 \left[\frac{c}{t} \right]^2 \\
 &\quad + 2269.5594 \left[\frac{c}{t} \right] - 430.2302
 \end{aligned}$$

5.7. Validación de las ecuaciones para las integral J transversal y longitudinal (análisis determinístico)

Para validar los resultados de las ecuaciones encontradas y los obtenidos por el software FEACrack y WARP3D se realizó un programa en ambiente MATLAB para el análisis determinístico y probabilístico del ducto. Por ejemplo: Si se requiere calcular la integral J_{tot} (transversal) y J_{tot} (longitudinal) de una grieta (que se encuentra dentro de los intervalos de a y c), solamente se tiene que entrar al programa FRACPROB como se muestra en las figuras 22, 23 y 24.

Debido a que ya se conocen las ecuaciones de la integral J para cada probeta, se elabora las tablas 7 y 8 para diferentes profun-

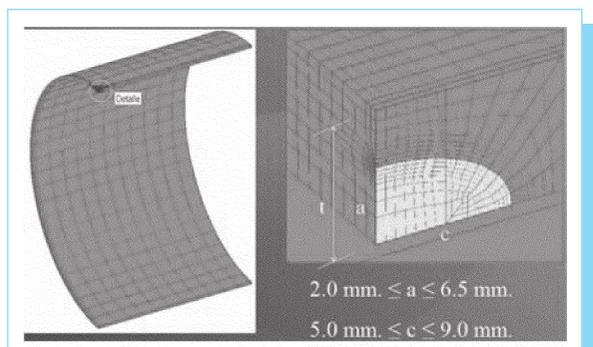


Fig. 21. Detalle de la grieta elíptica interna.



Fig. 22. Pantalla principal del programa FRACPROB.

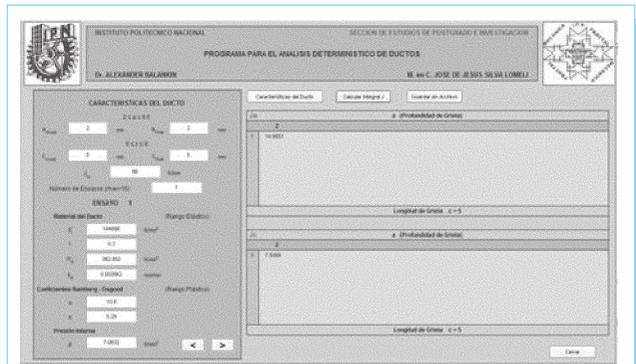


Fig. 23. Cálculo determinístico de una grieta: $a = 2$ mm y $c = 5$ mm (grieta mínima).

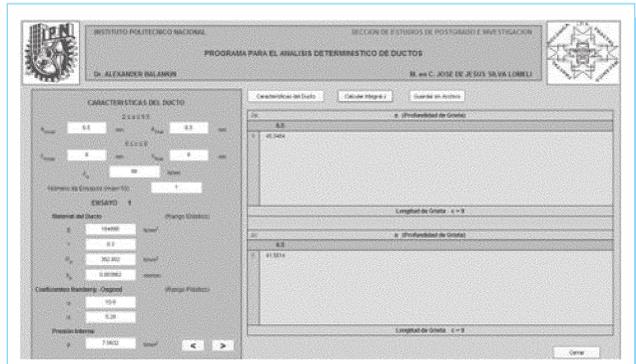


Fig. 24. Cálculo determinístico de una grieta: $a = 2$ mm y $c = 5$ mm (grieta máxima).

didades de grieta a que son útiles para el análisis. Es decir, ahora se puede encontrar el valor de la integral J para los valores de 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 5.5, 6.0 y 6.5 mm, determinados por el programa FRACPROB.

Tabla 7. Valores de la integral J (transversal) respecto a la profundidad y la longitud grieta.

$c = 5.0$	a									
	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5
1	14.906277	17.031578	18.592639	19.644996	20.252372	20.486678	20.428011	20.164654	19.793081	19.417950
2	18.436209	21.074850	23.019568	24.336068	25.101259	25.403249	25.341348	25.026068	24.579121	24.133421
3	15.767251	18.017578	19.671962	20.788475	21.434091	21.684685	21.625036	21.348826	20.958640	20.565966
4	15.498400	17.712552	19.341784	20.442525	21.080188	21.329176	21.272874	21.003656	20.622881	20.240896
5	19.264161	22.024157	24.060183	25.440049	26.243576	26.562596	26.500942	26.174469	25.711034	25.250507
6	23.007406	26.313152	28.757951	30.419986	31.392796	31.785274	31.721666	31.341573	30.799954	30.267117
7	14.978607	17.117500	18.690698	19.753034	20.367919	20.607341	20.551867	20.290639	19.921379	19.550386
8	17.379922	19.869052	21.704668	22.948219	23.671888	23.958599	23.902013	23.606529	23.187282	22.770148
$c = 6.0$	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5
1	16.857574	19.725009	21.988681	23.671985	24.820990	25.504437	25.813740	25.862982	25.788924	25.750994
2	20.798726	24.414180	27.254464	29.359471	30.795057	31.653037	32.051193	32.133264	32.068954	32.053928
3	17.819769	20.868402	23.271980	25.057723	26.276365	27.002152	27.362844	27.389711	27.317536	27.284616
4	17.504801	20.516531	22.887990	24.648329	25.849358	26.565544	26.894008	26.954533	26.889553	26.864164
5	21.718328	25.515747	28.495106	30.701204	32.205376	33.105492	33.525962	33.617732	33.558286	33.551643
6	25.890614	30.490787	34.087207	36.743680	38.553751	39.640701	40.157550	40.287058	40.241719	40.263770
7	16.922780	19.826634	22.114520	23.813522	24.972829	25.663731	25.979626	26.036013	25.970497	25.942785
8	19.598643	23.018397	25.702677	27.690908	29.046646	29.857574	30.235507	30.316387	30.260288	30.251412
$c = 7.0$	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5
1	18.587968	22.185428	25.123711	27.421376	29.119245	30.280329	30.990176	31.356179	31.508266	31.598560
2	23.056821	27.535810	31.196861	34.044665	36.191436	37.656913	38.568362	39.060568	39.295847	39.464034
3	19.676739	23.488673	26.602756	29.039012	30.844007	32.075856	32.834215	33.230284	33.401809	33.510079
4	19.355885	23.109297	26.176174	28.576578	30.353713	31.573922	32.326692	32.724649	32.903562	33.022338
5	24.111333	28.799884	32.633008	35.636997	37.866902	39.406513	40.368454	40.893996	41.153242	41.345036
6	28.859503	34.486947	39.090241	42.702418	45.390850	47.257250	48.437671	49.102506	49.456488	49.738691
7	18.700042	22.324621	25.285956	27.603262	29.318124	30.494487	31.218666	31.599341	31.767557	31.876724
8	21.746925	25.974208	29.429974	32.137787	34.147158	35.533541	36.398341	36.398341	37.098529	37.266454
$c = 8.0$	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5
1	20.066741	24.547022	28.259202	31.257775	33.602905	35.360433	36.601868	37.404394	37.850866	38.029814
2	24.903935	30.483600	35.102709	38.833916	41.755928	43.953202	45.516010	46.540434	47.128369	47.387521
3	21.245024	25.992771	29.925639	33.102498	35.587945	37.452303	38.771628	39.627700	40.100829	40.305855
4	20.901398	25.576600	29.448484	32.576102	35.023876	36.861593	38.164408	39.012846	39.492796	39.695518
5	26.046556	31.887792	36.722173	40.627351	43.686705	45.989348	47.630121	48.709600	49.334089	49.615625
6	31.187834	38.200269	44.445746	48.685362	52.359433	55.131651	57.117003	58.436190	59.215627	59.587440
7	20.191913	24.706486	28.445746	31.466224	33.829759	35.603497	36.859892	37.676703	38.136999	38.329156
8	23.491221	28.757643	33.116658	36.637829	39.395999	41.471289	42.949101	43.920116	44.480293	44.730871
$c = 9.0$	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5
1	21.323612	26.410504	31.008177	34.927486	38.072754	40.441771	42.125794	43.309548	44.271227	45.382491
2	26.483376	32.819680	38.548343	43.432590	47.353634	50.310674	52.420899	53.919484	55.159591	56.612362
3	22.580121	27.970942	32.843708	36.997706	40.331631	42.843581	44.631062	45.890181	46.919653	48.112798
4	22.219180	27.527873	32.326780	36.417995	39.701837	42.176862	43.939856	45.185835	46.208049	47.397978
5	27.704012	34.337598	40.335525	45.449576	49.555503	52.653017	54.865797	56.441485	57.751686	59.291971
6	33.190799	41.155488	48.358583	54.500970	59.433828	63.158633	65.827158	67.741469	69.353929	71.267196
7	21.463017	26.589204	31.222961	35.173297	38.343924	40.733251	42.434387	43.635143	44.618026	45.760246
8	24.984306	30.965007	36.372455	40.982970	44.684495	47.476596	49.470465	50.888914	52.066380	53.448924

Tabla 8. Valores de la integral J (longitudinal) respecto a la profundidad y la longitud grieta.

$c = 5.0$	a									
	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5
1	7.557223	10.383465	13.643562	16.933425	19.977757	22.571054	24.686606	26.371996	27.800001	29.258590
2	9.324712	12.726893	16.717083	20.770757	24.512921	27.718116	30.310411	32.363409	34.100242	35.893575
3	7.988726	10.957132	14.396063	17.873201	21.079672	23.830040	26.062311	27.837933	29.341794	30.882223
4	7.847672	10.745060	14.116188	17.530458	20.680154	23.380437	25.569347	27.307805	28.779611	30.291443
5	9.737190	13.265645	17.423120	21.654190	25.561682	28.906676	31.608503	33.744748	35.551247	37.422088
6	11.608430	15.734733	20.660626	25.698447	30.356173	34.337422	37.541453	40.063166	42.193102	44.417442
7	7.586676	10.396182	13.658421	16.959811	20.004828	22.615999	24.733909	26.417199	27.842563	29.304751
8	8.786790	11.978563	15.733184	19.551890	23.078056	26.097193	28.536944	30.467091	32.099547	33.788363
$c = 6.0$	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5
1	7.161065	10.130439	13.901283	17.877337	21.627249	24.884572	27.547769	29.680211	31.510176	33.430851
2	8.855889	12.430527	17.056621	21.963903	26.595244	30.606657	33.867291	36.459434	38.678514	41.033098
3	7.574462	10.693235	14.673363	18.876737	22.841755	26.283318	29.092835	31.338221	33.263894	35.290781
4	7.445095	10.489287	14.393304	18.522746	22.418716	25.797821	28.552168	30.749370	32.632538	34.620291
5	9.253322	12.960680	17.783811	22.908538	27.746000	31.932655	35.330280	38.025971	40.332141	42.786524
6	11.050128	15.386099	21.110951	27.221751	32.992998	37.976926	42.003499	45.180414	47.893101	50.804724
7	7.195495	10.147336	13.924173	17.916149	21.682110	24.949604	27.614883	29.742901	31.567315	33.490484
8	8.348337	11.701928	16.056716	20.681125	25.046026	28.824743	31.893049	34.329167	36.413769	38.629978
$c = 7.0$	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5
1	6.352065	9.793666	13.700617	17.831920	21.972175	25.931579	29.545923	32.676598	35.210587	37.060474
2	7.769233	12.000832	16.820330	21.921096	27.030181	31.908314	36.349905	40.183044	43.269502	45.504729
3	6.699297	10.334037	14.463793	18.831715	23.208485	27.392314	31.208949	34.511663	37.181265	39.126093
4	6.566036	10.133334	14.189906	18.481413	22.781013	26.889374	30.634665	33.872560	36.486236	38.386376
5	8.093411	12.507944	17.540287	22.867606	28.202835	33.294674	37.927590	41.921871	45.133365	47.453994
6	9.584188	14.833005	20.831293	27.185435	33.546433	39.609909	45.116103	49.849871	53.640693	56.362663
7	6.354488	9.804632	13.726413	17.874871	22.031427	26.003880	29.626413	32.759586	35.290343	37.132004
8	7.309660	11.294666	15.835936	20.642988	25.457425	30.052936	34.235295	37.842364	40.744090	42.842504
$c = 8.0$	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5
1	5.992239	8.617470	12.658747	17.462961	22.493847	27.331994	31.674836	35.336659	38.248596	40.458631
2	7.338655	10.512935	15.497650	21.452433	27.689382	33.673064	39.020514	43.501236	47.037200	49.702845
3	6.321953	9.082414	13.654049	18.438660	23.763448	28.881001	33.469305	37.331736	40.397064	42.719451
4	6.647604	8.895803	13.091634	18.092365	23.329572	28.359826	32.864689	36.650713	39.649445	41.917424
5	7.065353	10.943805	16.148525	22.374393	28.895615	35.147968	40.728802	45.397041	49.073182	51.839294
6	9.065353	12.933747	19.137041	26.584789	34.386987	41.854075	48.496934	54.026890	58.355711	61.595607
7	5.997632	8.611909	12.668369	17.500099	22.560195	27.421760	31.777906	35.441756	38.346441	40.545099
8	6.906150	9.886515	14.583384	20.199131	26.081179	31.722001	36.759123	40.975122	44.297623	46.799305
$c = 9.0$	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5
1	5.685932	8.431563	12.200692	16.787662	21.920275	27.259793	32.400935	36.871881	40.134268	41.583192
2	7.033038	10.331354	14.941719	20.595780	26.942573	33.548517	39.897419	45.390469	49.346247	51.000715
3	6.014489	8.896688	12.871928	17.719516	23.148299	28.796671	34.232569	38.953477	42.386419	43.887967
4	5.912072	8.723812	12.620051	17.380796	22.716735	28.269229	33.610317	38.242715	41.599815	43.045687
5	7.349065	10.767806	15.570637	21.473179	28.104640	35.007815	41.639082	47.368408	51.479345	53.169032
6	8.777664	12.769016	18.456826	25.488300	33.407138	41.653542	49.564212	56.372344	61.207634	63.096277
7	5.713727	8.440873	12.211547	16.814530	21.971635	27.337709	32.500632	36.981315	40.233705	41.644780
8	6.630191	9.723358	14.061062	19.388003	25.370952	31.598743	37.582279	42.754530	46.470532	48.007388

5.8. Metodología de la mecánica de la fractura probabilística

La secuencia a seguir en el desarrollo de este trabajo es la siguiente:

- Cálculo de la integral J total tanto transversal como longitudinal utilizando el MEF.
- Obtención de las ecuaciones de la integral J en función de las dimensiones de la grieta, el ducto y propiedades elásticas y plásticas del material del ducto.
- Ajuste de las funciones de distribución de probabilidad para cada uno de los parámetros involucrados en las ecuaciones.
- Cálculo de la probabilidad de falla utilizando el método Monte Carlo. Usando la generación de números aleatorios con las distribuciones de probabilidad (inciso c) de las variables, se substituyen todos y cada uno de éstos en las dos ecuaciones de la integral J encontradas, finalmente se comparan los resultados de las ecuaciones con la distribución de probabilidad de J_{IC} (criterio de falla de la mecánica de fractura elastoplástica).
- Se verifica la convergencia de la solución para diferentes números de simulación.

Como se puede notar los incisos a) y b) ya se encuentran desarrollados, puesto que anteriormente se obtuvo el análisis determinístico del ducto y las ecuaciones (1) y (2). A continuación se muestran los incisos restantes.

5.9. Ajuste de la función de distribución de probabilidad

Recordando las tablas 1.1 y 1.2 en el principio de éste trabajo, las propiedades mecánicas de ocho diferentes probetas de un ducto se obtuvieron realizando ensayos destructivos y se puede constatar que los valores no son constantes, sino que tienen una variación en cada uno de los experimentos, por lo que se debe encontrar una función que permita representar esta dispersión, esta función es llamada función de distribución de probabilidad (fdp) y se debe encontrar para cada valor, es decir para: E , ϵ_0 , σ_0 , α y n .

Estas distribuciones fueron desarrolladas en Microsoft Excel usando el programa @Risk de Palisade Corporation [1.4] ya que este programa permite encontrar el mejor ajuste de las distribuciones de probabilidad cuando se tienen relativamente pocos datos. Como se observa en la tabla 1.2, sólo se cuenta con ocho datos correspondientes a los ocho ensayos desarrollados

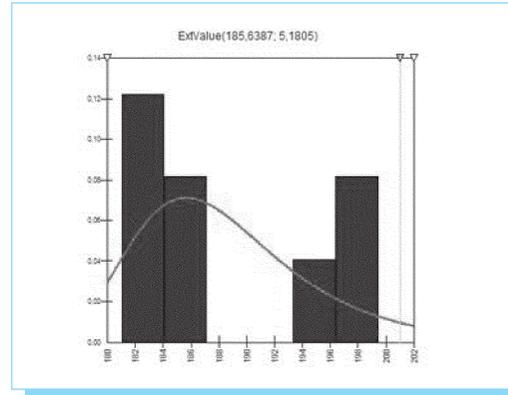


Fig. 25. Función *extreme value* para los valores del módulo de elasticidad.

en el laboratorio, y por lo tanto para encontrar las fdp se tomaron los datos por columna, y fueron sometidas a un ajuste.

El enfoque probabilístico proporciona una mejor alternativa que los análisis determinísticos, los cuales normalmente dan una diferencia en los resultados cuando es tomado en consideración el peor caso en comparación con los valores medios. Sin embargo, es poco probable que ocurran simultáneamente todas las condiciones malas, y por lo tanto un análisis probabilístico que incorpora la variabilidad estadística de los parámetros clave puede proporcionar una valoración más real que la probabilidad de un resultado.

La distribución que mejor se ajustó fue la *extreme value*, las figuras de la 25 a la 29 muestran las formas de estas distribuciones.

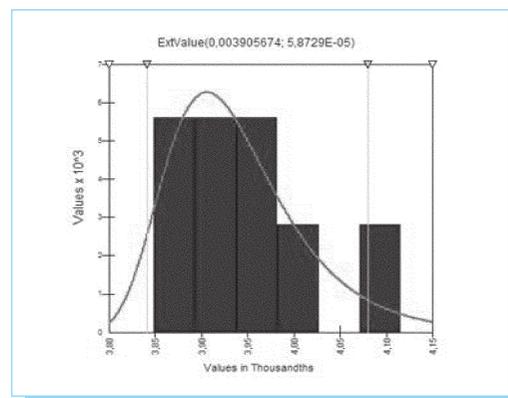


Fig. 26. Función *extreme value* para los valores del módulo de elasticidad.

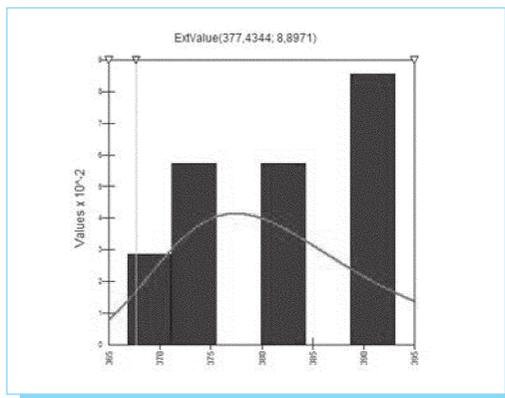


Fig. 27. Función *extreme value* para los valores del módulo de elasticidad.

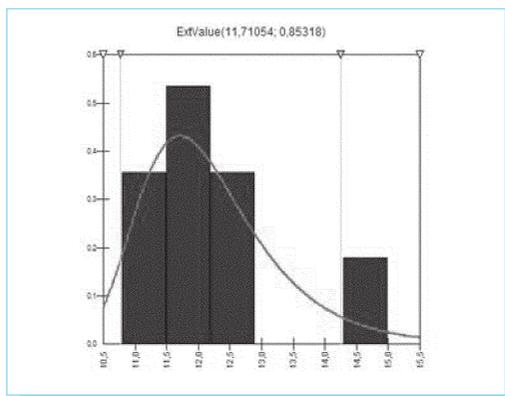


Fig. 28. Función *extreme value* para los valores del módulo de elasticidad.

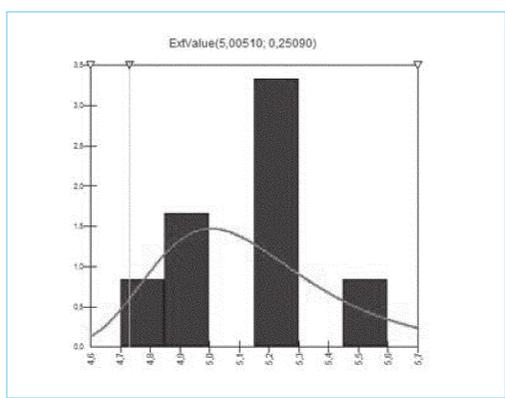


Fig. 29. Función *extreme value* para los valores del módulo de elasticidad.

5.10. Obtención de la probabilidad de falla para una distribución *extreme value*

El gráfico de la probabilidad de falla para cualquier profundidad o longitud de grieta se realiza de la siguiente manera:

- Cálculo de la probabilidad de falla PF, para cada profundidad y longitud de grieta.
- Convergencia de la solución.

5.11. Probabilidad de falla para la grieta mínima y la máxima

En la sección anterior se muestran los parámetros de las fdp. Para realizar el proceso se utilizan las expresiones de la función de distribución acumulativa, para ello es necesario realizar los siguientes pasos.

Para la carga aplicada, a la cual es sometido el ducto, una de las ecuaciones que representa su comportamiento es la función *extreme value*, pero para realizar el análisis se usará en la forma de la distribución acumulativa la cual está dada por:

$$F = e^{-e^{-\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)}} \quad (3)$$

donde:

- F probabilidad de que la variable tome un valor menor o igual a x
- x valor de la variable aleatoria J_{IC}
- α moda, parámetro de localización
- β parámetro de escala > 0

Despejando x de la ecuación (3) se tiene:

$$J_{Icar} = \alpha - \beta \ln \left[\ln \frac{1}{F} \right] \quad (4)$$

Para la resistencia, sin embargo, se tiene una función diferente la cual es del tipo *loglogistic 5* y está dada por la expresión:

$$J_{Ires} = \alpha \left[\frac{F}{1-F} \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (5)$$

Donde $\alpha = J_{IC}$ y $\beta = 1.9$. La J_{IC} obtenida de los ensayos destructivos es 66 N/mm o 0.06599 MJ/m².

Se han encontrado los parámetros α y β para la curva de carga, de cada uno de los valores de la tabla 2, el valor de F será un valor aleatorio, para efectuar este paso se genera un número aleatorio con una función dentro de MATLAB[1.6], y su valor es asignado a F .

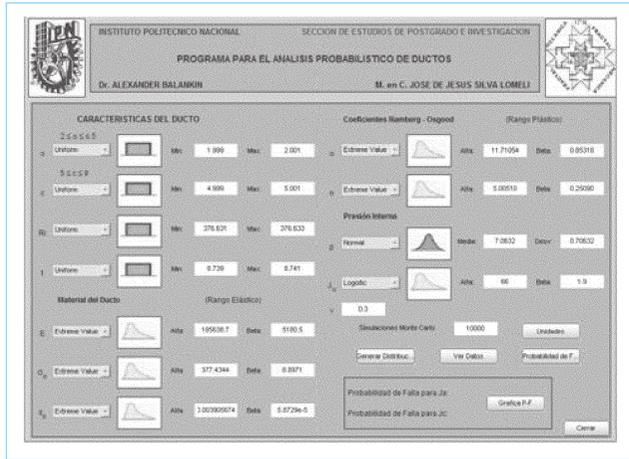


Fig. 30. Módulo del análisis probabilístico.

En la ecuación (4) para la carga, se sustituye un número aleatorio, así como los parámetros α y β (figuras 30-33) correspondientes a cada propiedad mecánica, obteniéndose así el valor de J_{car} . De manera similar la resistencia, se genera un número aleatorio diferente y es reemplazado en la ecuación (5), obteniéndose de esta manera el valor de la integral J_{res} . Posteriormente se comparan los valores obtenidos de tal forma que si el de la resistencia es mayor que el de carga, se asigna un valor cero en la celda correspondiente; sin embargo si es menor, entonces ocurrirá una falla, por lo que se le asigna un valor de unitario.

Los pasos descritos anteriormente serán repetidos hasta 50 000 veces en el análisis. Una vez que se han efectuado todos, se procede a calcular la probabilidad de falla, con-

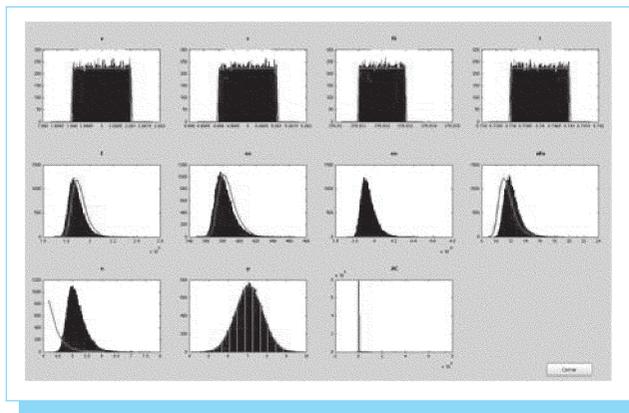


Fig. 31. Variables aleatorias.

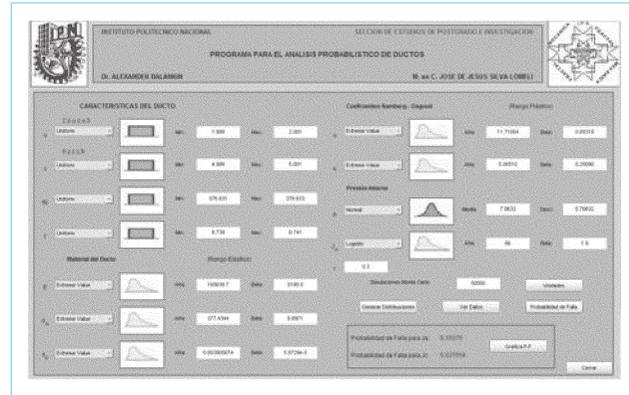


Fig. 32. Probabilidad de falla para la grieta mínima.

tando el número de fallas ocurridas y dividiéndolas entre el número total de intentos o simulaciones (50 000). A continuación se presenta el programa FRACPROB en el módulo de Análisis Probabilístico.

En la figura 30 se encuentran todas y cada una de las variables involucradas en el análisis determinístico realizado anteriormente utilizando las ecuaciones de la integral J transversal y longitudinal (2) y (3).

De lo anterior, se observa lo siguiente para la grieta mínima en donde:

- a) La variable denominada: cota transversal de la grieta semi-elíptica a tiene una fdp uniforme con un valor mínimo de 1.999 y un valor máximo de 2.001, es decir: $a = 2.0 \ 0.001$ [mm].

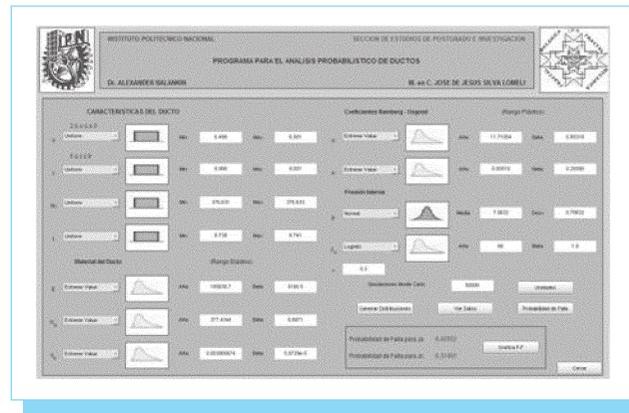


Fig. 33. Probabilidad de falla para la grieta máxima.

- b) La variable denominada: cota longitudinal de la grieta semi-elíptica c tiene una fdp *uniforme* con un valor mínimo de 4.999 y un valor máximo de 5.001, es decir: $c = 5.0 \pm 0.001$ [mm].
- c) La variable denominada: radio interior del ducto R_i tiene una fdp *uniforme* con un valor mínimo de 376.631 y un valor máximo de 376.633, es decir: $R_i = 376.632 \pm 0.001$ [mm].
- d) La variable denominada: espesor de pared del ducto t tiene una fdp *uniforme* con un valor mínimo de 8.739 y un valor máximo de 8.741, es decir: $R_i = 8.74 \pm 0.001$ [mm].
- e) La variable denominada: módulo de elasticidad E tiene una fdp *extreme value* con un valor de $\alpha = 185638.7$ y $\beta = 5180.5$ [MPa].
- f) La variable denominada: constante de Poisson ν es 0.3.
- g) La variable denominada: esfuerzo de cedencia σ_0 tiene una fdp *extreme value* con un valor de $\alpha = 377.4344$ y $\beta = 8.8971$ [MPa].
- h) La variable denominada: deformación unitaria ϵ_0 tiene una fdp *extreme value* con un valor de $\alpha = 0.003905674$ y $\beta = 5.8729 \times 10^{-5}$ [mm/mm].
- i) La variable denominada: constante de Ramberg Osgood tiene una fdp *extreme value* con un valor de $\alpha = 11.71054$ y $\beta = 0.85318$.
- j) La variable denominada: constante de Ramberg Osgood n tiene una fdp *extreme value* con un valor de $\alpha = 5.00510$ y $\beta = 0.25090$.
- k) La variable denominada: presión interna p tiene una fdp *normal* con una media de 7.0632 y una desviación estándar de 0.70632 [MPa].
- l) La variable denominada: integral J_{IC} tiene una fdp *loglogistic* con un valor de $\alpha = 66$ y $\beta = 1.9$.

Para la grieta máxima:

- a) La variable denominada: cota transversal de la grieta semi-elíptica a tiene una fdp *uniforme* con un valor mínimo de 6.499 y uno máximo de 6.501, es decir: $a = 6.5 \pm 0.001$ mm.
- b) La variable denominada: cota longitudinal de la grieta semi-elíptica c tiene una fdp *uniforme* con un valor mínimo de 8.999 y uno máximo de 9.001, es decir: $c = 9.0 \pm 0.001$ mm.
- c) La variable denominada: radio interior del ducto R_i tiene una fdp *uniforme* con un valor mínimo de 376.631 y un valor máximo de 376.633, es decir: $R_i = 376.632 \pm 0.001$ [mm].
- d) La variable denominada: espesor de pared del ducto t tiene una fdp *uniforme* con un valor mínimo de 8.739 y un valor máximo de 8.741, es decir: $R_i = 8.74 \pm 0.001$ [mm].
- e) La variable denominada: módulo de elasticidad E tiene una fdp *extreme value* con un valor de $\alpha = 185638.7$ y $\beta = 5180.5$ [MPa].
- f) La variable denominada: constante de Poisson ν es 0.3.

- g) La variable denominada: esfuerzo de cedencia σ_0 tiene una fdp *extreme value* con un valor de $\alpha = 377.4344$ y $\beta = 8.8971$ [MPa].
- h) La variable denominada: deformación unitaria ϵ_0 tiene una fdp *extreme value* con un valor de $\alpha = 0.003905674$ y $\beta = 5.8729 \times 10^{-5}$ [mm/mm].
- i) La variable denominada: constante de Ramberg Osgood tiene una fdp *extreme value* con un valor de $\alpha = 11.71054$ y $\beta = 0.85318$.
- j) La variable denominada: constante de Ramberg Osgood n tiene una fdp *extreme value* con un valor de $\alpha = 5.00510$ y $\beta = 0.25090$.
- k) La variable denominada: presión interna p tiene una fdp *normal* con una media de 7.0632 y una desviación estándar de 0.70632 [MPa].
- l) La variable denominada: integral J_{IC} tiene una fdp *loglogistic* con un valor de $\alpha = 66$ y $\beta = 1.9$.

5.12. Convergencia de la solución

El propósito de la convergencia de la solución radica en comprobar si la probabilidad de falla obtenida para cada profundidad y longitud de grieta tiende a algún valor, para verificar si el número de simulaciones que se realizó proporciona un resultado confiable. Para comprobar que así sea, este análisis se centró en un probabilidad de máxima de $a = 6.5$ mm y $c = 9.0$ mm. Se calculó la probabilidad de falla para 10, 100, 1 000, 10 000, 15 000, 20 000, 25 000, 30 000, 40 000, 50 000. Para apreciar mejor los resultados se muestra la figura 34, donde se graficó el número de simulaciones contra probabilidad de falla. El eje de las abscisas ha sido graficado en escala logarítmica y representa el número de simulaciones. Se seleccionó esta escala con la finalidad de poder apreciar mejor la tendencia. De esta forma se puede afirmar que el número de simulaciones (50 000) en el desarrollo de este trabajo ha sido el adecuado.

6. Conclusiones

- 1) Se ha desarrollado una metodología basada en la mecánica de la fractura probabilística, la cual hace uso de la teoría de la mecánica de la fractura y de la teoría de la probabilidad, utilizándose las simulaciones Monte Carlo, para análisis de ductos con grietas longitudinales elípticas internas.
- 2) Se analizó la probabilidad de falla de un ducto, el cual ha sido manufacturado con acero al carbono API-5L Gr. X52, que tiene un diámetro de 0.762 m (30 pulgadas), y un espesor de 0.00874 m (0.344 pulgadas). La presión máxima de operación es $p = 7.0632$ MPa. La probabilidad de falla se ha calculado usando el método Monte Carlo para efectuar las simulaciones. En el desarrollo de este trabajo se ha llegado a las siguientes conclusiones:

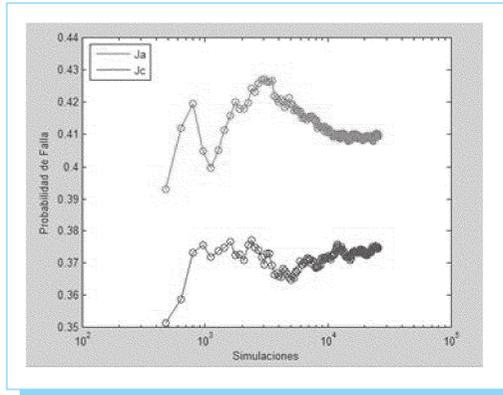


Fig. 34. Gráfico de la probabilidad de falla para la grieta máxima.

- 3) La curva tensión-deformación del acero API-5L Gr. X52, material con el cual están manufacturados algunos ductos, muestra que se trata de un material dúctil ya que experimenta una gran deformación plástica antes de la ruptura, razón por la cual si éstos tienen un defecto tipo grieta es apropiado usar en el análisis de su integridad a la mecánica de la fractura elastoplástica.
- 4) El parámetro que se ha usado dentro de la MFEP ha sido la integral J , de acuerdo al procedimiento GE/EPRI, mediante el software FEACrack y WARP3D, ya que proveen un medio adecuado para el modelado y solución de distintos problemas dentro del análisis estructural de piezas agrietadas y no agrietadas. Para realizar el cálculo de la integral J , ha sido necesario utilizar los parámetros α y n de Ramberg-Osgood para poder incluir el rango plástico en el análisis.
- 5) Se encontró que la integral J para un ducto con una grieta longitudinal elíptica interna, presenta un comportamiento transversal y longitudinal obtenido directamente por las ecuaciones (1) y (2).
- 6) Los valores encontrados para la integral J , con los valores de E , α_0 , ϵ_0 , α , n , F y H de cada experimento, profundidad y longitud de grieta dada, muestran que son de naturaleza aleatoria, debido a esto, para representar su comportamiento es necesario usar la teoría de la probabilidad.
- 7) La función de distribución acumulativa que más establecida en este trabajo, que describen el comportamiento de las variables involucrada en el cálculo de la integral J son:

Distribución normal:

$$J_{Icar} = \alpha + [\sqrt{-2\ln(F)}] [\text{sen}(2\pi F_2)] \sigma \quad (6)$$

Distribución extreme value:

$$J_{Icar} = \alpha - \beta \ln[-\ln(F)] \quad (7)$$

Distribución exponencial:

$$J_{Icar} = -\beta \ln(F) \quad (8)$$

Distribución logistic:

$$J_{Icar} = \alpha - \ln \left[\frac{1}{F} - 1 \right]^\beta \quad (9)$$

Distribución log-logistic:

$$J_{Ires} = \alpha \left[\frac{F}{1-F} \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (10)$$

Distribución Weibull:

$$J_{Icar} = \beta [-\ln(F)]^{\frac{1}{\alpha}} \quad (11)$$

- 8) Debido al número tan elevado de las simulaciones Monte Carlo y a los cálculos utilizando las ecuaciones (1) y (2), se crea el programa FRACPROB que trabaja bajo el ambiente del software MATLAB versión 7.0. Este programa cuenta con tres módulos importantes:

Módulo análisis determinístico.
Módulo de ajuste a una distribución.
Módulo análisis probabilístico.

Los tres módulos en los anteriores incisos contemplan todo el trabajo numérico llevado a cabo en este trabajo.

7. Referencias

- [1] P. Hopkins y J. Haswell, "Practical Assessment Methods for Application to UK Gas Transmission Pipelines". *The Institute of materials 2nd Griffith Conference*, "Mechanisms of Fracture and their Structural Significance", The Institute of materials, September 1995.
- [2] L. Martínez, "Mecánica de la Fractura Probabilística para Análisis de Integridad de Oleogasoductos". *Científica*, vol. 3, núm. 22, julio-agosto 2000.
- [3] A. S. Balankin, "Kinetic Theory of Strength and Fracture". Ministry of Defense USSR: Moscow, 1990.
- [4] @Risk v 4.5, Risk Análisis and Simulation Add- In for Microsoft Excel. Palisade Corporation.
- [5] D. J. Neville., "A New Statistical Distributions Funtion for Fracture Toughness". *Proc. R. Soc. London. A* 410, 421-442, 1987.
- [6] E. J. J. Esqueda, "MATLAB e Interfaces Gráficas", Universidad Autónoma de Baja California, Unidad Tijuana, CONATEC 2002.