

Efecto de defectos localizados sobre el pandeo de los cascos cilíndricos sometidos a compresión axial

Jalal El Bahaoui
Larbi El Bakkali

M2SM UAE-FS/E28,
Universidad Abdelmalek Essaâdi,
FS Tetuan, BP: 2121,
M'hannech, Tetuan.
MARRUECOS.

correo electrónico (email): jalalpc2@yahoo.fr

Recibido el 10 de agosto de 2010; aceptado el 11 de enero de 2011.

1. Resumen

El análisis de la interacción entre los defectos localizados es un problema importante, porque en algunas estructuras un defecto no aparece siempre de forma aislada y es necesario cuantificar la influencia simultánea de estos defectos sobre la carga crítica. Este trabajo presenta un análisis del efecto de la interacción entre los defectos axisimétricos localizados sobre la carga de pandeo en el caso de cascos cilíndricos axisimétricos finos sometidos a compresión axial. La simulación numérica se efectuó utilizando el código de elementos finitos Stanlax. El caso de un defecto localizado aislado fue considerado en primer lugar para determinar el defecto más grave y los principales factores que intervienen en el problema. Entonces, el efecto de la interacción en presencia de dos o tres defectos está considerado a través de un estudio paramétrico. Finalmente se presenta un estudio de la fiabilidad basada en el concepto de superficie de respuesta. En este enfoque la amplitud del defecto y su longitud de onda están consideradas como variables aleatorias.

Palabras clave: inestabilidad, pandeo, defecto localizado, casco cilíndrico fino, MEF, superficie de respuesta.

2. Abstract (Effect of Localized Defects on the Buckling of Cylindrical Shells under the Axial Compression)

Analysis of the effect of interacting localized defects on the buckling load reduction for elastic cylindrical shells subjected to axial compression is an important subject. In some structures, the defect does never appear in an isolated way in real structures, and need to quantify the simultaneous influence of these defects on the critical load. This paper presents an analysis of the effect of the interaction between defects axisymmetrical located on the buckling load in the case of thin cylindrical shells axisymmetrical under axial compression. The numerical simulation was performed using the finite element code Stanlax. First, the case of a single localized defect is considered to determine the most serious defect and major factors in the problem. Then the effect of the interaction in the presence of two or three defects is considered through a parametric study. Finally we present a study of reliability based on the concept of response surface. In this approach the extent of the defect and its wavelength are considered as random variables.

Key words: reliability, FORM method, buckling, finite element method, geometric imperfections, shells.

3. Introducción

Los cascos finos se utilizan en muchas áreas como elementos estructurales, tales como: depósitos y tanques. Debido a su excelente calidad de fabricación y la capacidad para soportar y transmitir diversas cargas, desgraciadamente, cuando estas estructuras se utilizan en la práctica son a menudo sujetas a inestabilidades estructurales (pandeo) más catastróficas. La figura 1 da un ejemplo de este fenómeno.

En general, el diseño de una estructura se realiza mediante el análisis de los diversos procesos que pueden provocar su destrucción. En particular, el pandeo contribuye en la mayoría de los casos a la falla de estructuras elásticas. Por lo tanto, cual-

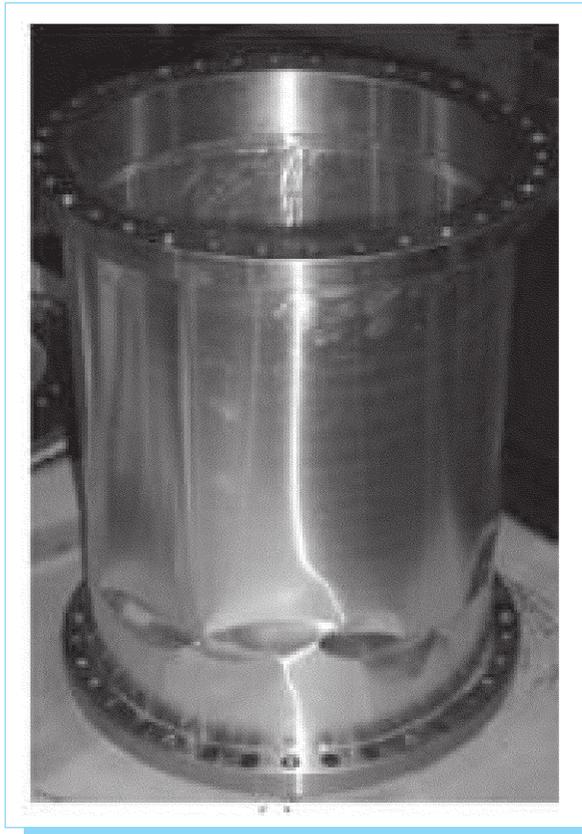


Fig. 1. Inestabilidad de casco en industria aeroespacial.

quiera que sea el proceso de fabricación de estas estructuras, la geometría final nunca es ideal y perfecta debido a la influencia de las imperfecciones iniciales. Defectos de forma denominados imperfecciones geométricas perturbaban la forma ideal prevista. El control de procesos y optimización permiten reducir las imperfecciones, por lo general su amplitud, pero si la geometría parece ser perfecta a simple vista, las medidas precisas detectan los defectos de forma, cuya escala está determinada generalmente por el espesor y el radio del casco. En el ámbito de la investigación los cascos cilíndricos finos tienen actualmente una gran importancia. El objetivo es determinar principalmente los parámetros que tienen una influencia significativa en el comportamiento de este tipo de estructura. En particular, se trata de integrar de manera eficaz el efecto de las imperfecciones geométricas. Por lo tanto, la atención se centra en este trabajo sobre el efecto de los defectos localizados axisimétricos. Dos tipos de defectos están seleccionados: un defecto triangular y un defecto parabólico. Éstos consideran en un primer tiempo aislados para analizar su efecto

sobre la carga de pandeo crítico y determinar el dominio de variación de los factores. A continuación se examina el acoplamiento entre varios defectos de este tipo y se observa la influencia de los parámetros sobre la carga crítica de pandeo. El carácter aleatorio de los defectos iniciales es a menudo la causa de las dispersiones experimentales obtenidas en las cargas de pandeo de los cascos cilíndricos finos. Estos defectos son aleatorios y no se pueden controlar sus características *a priori*, es decir, es necesario considerar el problema mecánico en términos de probabilidad y de realizar un análisis de fiabilidad.

4. Modelo de elementos finitos

Los efectos de las imperfecciones geométricas sobre la carga crítica de un casco cilíndrico fino elástico sometido a compresión axial son generalmente estudiados usando un modelo analítico. Sin embargo, este enfoque tiene sus limitaciones, porque no pueden considerarse todos los tipos de defectos. Con el fin de analizar los defectos localizados y tener en cuenta la situación de acoplamiento completo entre ellos, hay que estudiar el problema según un enfoque numérico basado en el método de elementos finitos. Para analizar el efecto de las imperfecciones sobre la carga de pandeo crítica, consideramos un casco cilíndrico fino con base circular sometido a esfuerzos de compresión axial uniforme. Como se explica en la figura 2.

El radio del casco es de $R = 135$ mm, su longitud $H = 3R = 405$ mm y su espesor t es variable para estudiar diferentes configuraciones de R/t , esta relación varía entre 450 y 1 500. El modelo del casco es el de von Karman-Donnell [1]. Las

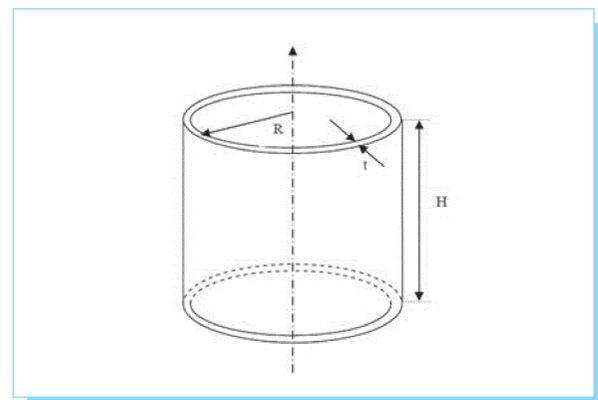


Fig. 2. Geometría del casco cilíndrico.

ecuaciones analíticas generales de este modelo están dadas por Arbocz [2].

Una versión de este modelo que data de 1950 y que introduce una pequeña perturbación \bar{w} sobre la estructura inicial para estudiar el efecto de las imperfecciones está presentado por Gros [3]. Las ecuaciones de este modelo son las siguientes:

$$\nabla^4 F - \frac{Et}{R} w_{xx} + \frac{1}{2} \Lambda(w, w + 2\bar{w}) = 0 \quad (1)$$

$$D\nabla^4 w + \frac{t}{R} F_{xx} - h\Lambda(F, w + \bar{w}) = 0$$

w es el desplazamiento radial del casco medido de manera positiva en el exterior, \bar{w} es el defecto inicial, F la función de Airy, E módulo de Young, D la rigidez a la flexión del casco.

Se propone aquí estudiar este modelo de manera numérica utilizando el método de elementos finitos. El modelado con elementos finitos del pandeo se realiza con el código Stanlax utilizando el elemento Coque desarrollado por Combescure [4]. Este elemento tiene una geometría axisimétrica y cuenta con dos nodos con cuatro grados de libertad (u^n , v^n , w^n y β).

Los desplazamientos se descomponen en serie de Fourier según la dirección circunferencial:

$$\begin{aligned} u &= u^n(s) \cos n\theta \\ v &= v^n(s) \sin n\theta \\ w &= w^n(s) \cos n\theta \\ \beta &= -\frac{\partial w}{\partial s} \end{aligned} \quad (2)$$

donde β es la rotación alrededor de la tangente.

Para evitar la interacción con las condiciones límites, los defectos estarán situados en la parte central del eje generador del cilindro exactamente cuando $H = 202.5$ mm. Las condiciones límites de contorno utilizados son del tipo de empotrada en ambos de dos extremos. Para caracterizar la variación de la carga crítica, se introduce las imperfecciones geométricas en la estructura, los parámetros que deben considerarse son:

- R/t , la relación de aspecto modal del casco,
- A/t , la amplitud del defecto,
- λ , la longitud de la onda,
- d , la distancia entre los defectos.

Las características geométricas del casco estudiado son $R = 135$ mm, $0.09 \leq t \leq 0.3$ y una esbeltez de la estructura $H/R = 3$. Las propiedades mecánicas del material asumido per-

fectamente elástico son los siguientes: el módulo de Young $E = 70\,000$ MPa, el coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$.

5. Estudio del efecto de las imperfecciones geométricas localizadas

5.1. Defecto triangular

Este defecto tiene la ventaja de ser fácilmente modelado y representante de los defectos de las soldaduras que aparecen en los cilindros finos. Lo que permite reflejar mejor las características esenciales de los defectos, como la longitud de onda axial λ y la amplitud [5]. El defecto de tipo triangular admite una forma muy simplificada. La longitud de onda axial de este defecto se define por

$$\lambda = 1.72\alpha\sqrt{Rt} \quad (3)$$

con α un parámetro de control que permite variar la longitud de onda y estudiar simplemente su influencia. La figura 3 muestra la geometría de un defecto aislado y dos defectos con interacción.

5.2. Defecto parabólico

Khamlichi *et al.* [6] han introducido un defecto localizado axisimétrico de forma parabólica que se encuentra a mitad

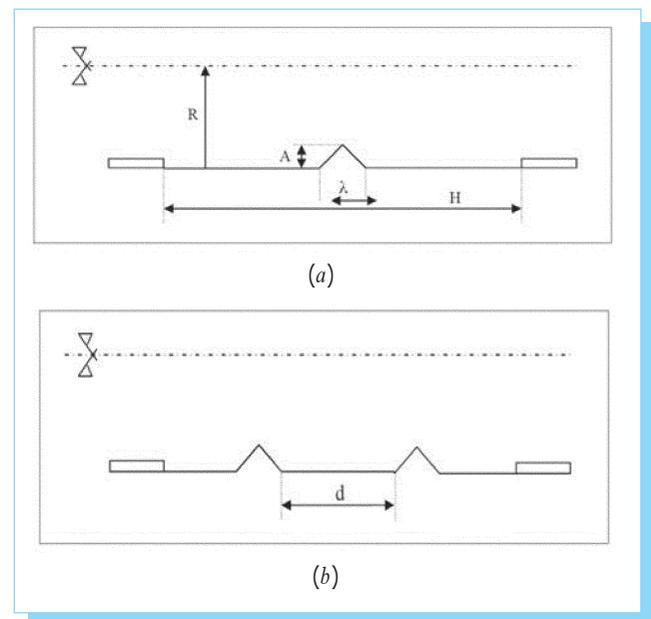


Fig. 3. Esquema de un defecto aislado triangular [a] y dos defectos con interacción [b].

de la altura del casco. Este defecto ha sido estudiado analíticamente utilizando el sistema simplificado de ecuaciones de Donnel perturbadas por la presencia de este defecto, como se describe en [2]. Este defecto se considera en este estudio, pero el modelado se realiza mediante elementos finitos. La discretización de la curva parabólica se efectúa con segmentos de línea.

5.3. Resultados numéricos

Las curvas de la figura 4 muestran la reducción de carga crítica en función de la amplitud reducida para un casco con $R/t = 1500$. La amplitud elegida A/t es variable. El defecto analizado tiene $\lambda = 2.5\lambda_{cr}$ con $\lambda_{cr} = 6$ mm, es decir $\lambda = 15$ mm. El cociente σ_{cr}/σ_{cr0} con

$$\sigma_{cr} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \times \frac{t}{R} \quad (4)$$

permite estudiar la capacidad portante de la estructura en función de la amplitud del defecto.

Se debe notar en la figura 4 que la evolución de la carga crítica en función de la amplitud reducida refleja el estilo asociado a la curva de Koiter para el caso de un defecto teórico distribuido a lo largo del casco. Ambos defectos admiten efecto drástico sobre la capacidad de carga del casco sometido a compresión axial. Está muy claro que según estos gráfi-

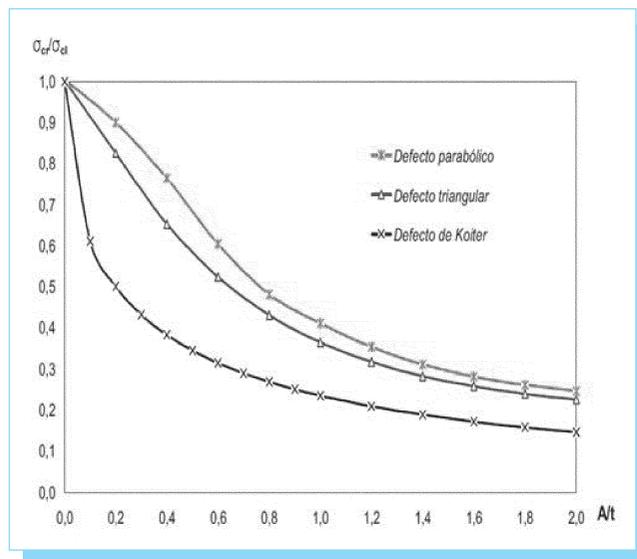


Fig. 4. Efecto de la forma del defecto sobre la carga crítica; evolución de la tensión crítica en función de la amplitud reducida.

cos, para las grandes amplitudes del defecto se observa una pérdida significativa de la rigidez de la estructura. Se observa también que cualquiera que sea la magnitud del defecto en cuestión, las cargas críticas obtenidas con un defecto parabólico son siempre mayores que las cargas calculadas con un defecto triangular, aunque ambos defectos tienen casi el mismo efecto sobre la estructura. El defecto triangular es más desfavorable para el comportamiento de la estructura y para todas las geometrías del casco examinado.

6. Estudio del efecto de la interacción entre imperfecciones geométricas localizadas

Las figuras 5 y 6 muestran la carga crítica reducida en función de la amplitud reducida para diferentes defectos en interacción.

Señalar en las figuras 5 y 6 la introducción de un nuevo defecto geométrico localizado en caso de acoplamiento tiene una gran influencia sobre la caída de la carga de pandeo y la estabilidad del casco en comparación con los resultados de un defecto único aislado en ambos casos de defecto triangular o parabólico. Es sorprendente encontrar que el efecto de tres defectos es menos nocivo que los dos defectos localizados. Un estudio paramétrico fue efectuado basándose en el método estadístico de Taguchi y el análisis de varianza para determinar el porcentaje de influencia de los parámetros considerados en el contexto de este estudio, es decir, la geometría del casco, la amplitud y la longitud de onda del defecto. Este estudio demostró que el principal factor que influye en

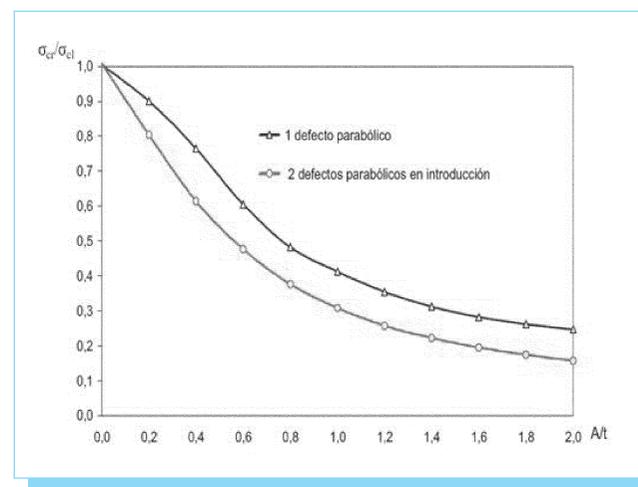


Fig. 5. Evolución de la carga crítica en función de la amplitud reducida (caso de acoplamiento de defectos parabólicos).

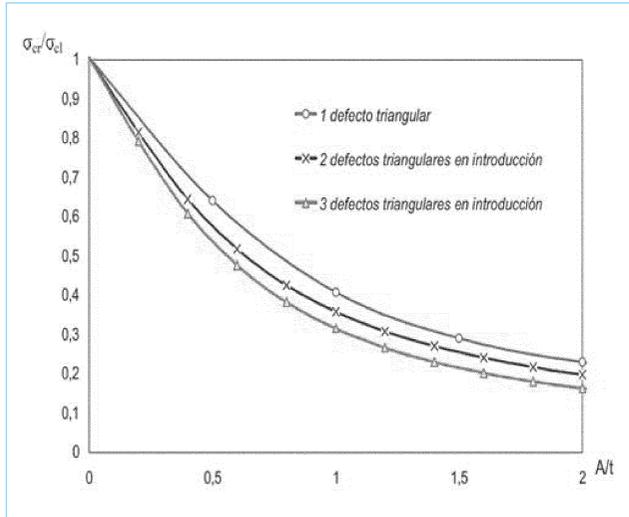


Fig. 6. Evolución de la carga crítica en función de la amplitud reducida (caso de acoplamiento de los defectos triangulares).

el comportamiento de la estructura es la distancia entre los defectos en interacción, seguido de la amplitud y la longitud de onda del defecto considerado.

7. Cálculo de fiabilidad

Nos interesamos aquí en el cálculo de fiabilidad de un casco cilíndrico fino con defectos localizados bajo carga axial de compresión. Las variables aleatorias consideradas son la amplitud y la longitud de onda del defecto. El modelo de fiabilidad se define por la elección de una función de rendimiento. Esta última se define por

$$G(X) = R(X) - S(X) \quad (5)$$

donde $R(X)$ es el recurso disponible y $S(X)$ la solicitud, n variables aleatorias X_i derivadas del modelo mecánico pueden intervenir en el problema. Si se nota $f_X(X)$ la densidad conjunta de probabilidad, la probabilidad de fallo está dada por:

$$P_f = \int_{\{X \in \mathbb{R}^n / G(X) \leq 0\}} f_X(X) dX \quad (6)$$

Si no es posible calcular explícitamente $f_X(X)$, se puede utilizar el concepto de superficie de respuesta asociados a la simulación de [Monte-Carlo]. La respuesta superficial consiste en aproximar la función de rendimiento con una función explícita de variables aleatorias. Este método simple requiere una malla del espacio de variables aleatorias y, a conti-

nuación, realizar la interpolación para estimar el valor de la función de un conjunto de parámetros arbitrarios.

Una aproximación de $R(X)$ de orden 2 facilita un polinomio de grado 2, con una parte lineal, una parte interacción entre algunas variables aleatorias, y una parte cuadrática.

En nuestro caso, la fiabilidad de los cálculos se realizó a través de una superficie de respuesta de grado 2 establecida a partir de nueve cálculos de elementos finitos en el caso de dos defectos triangulares. Como sólo dos variables aleatorias se consideraron, $R(X)$ es un polinomio con seis coeficientes. Estos coeficientes fueron evaluados con la función *regress* de Matlab.

Se nota que:

$$\begin{aligned} x &= A / t \\ y &= \lambda \\ R(x,y) &= \sigma_{cr}(A / t, \lambda) \end{aligned} \quad (7)$$

Las aproximaciones de $R(X)$ y la superficie de respuesta para cada nivel de distancia entre los defectos son:

$$R(x,y) = 1.02428 - 0.16867x - 0.57472y - 0.03328xy + 0.04296x^2 + 0.156427y^2$$

$$R(x,y) = 0.786552 - 0.004049x - 0.538825y - 0.00102xy + 0.000104x^2 + 0.136752y^2$$

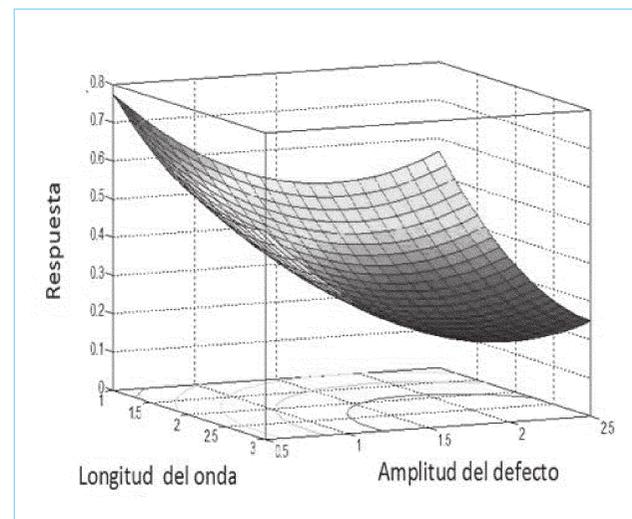


Fig. 7. Superficie de respuesta para $d = 5$ mm.

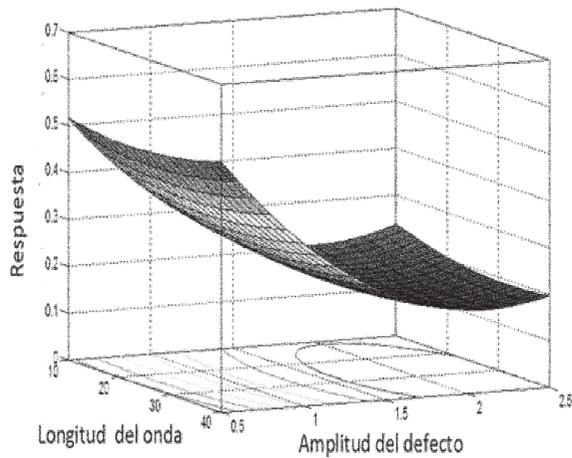


Fig. 8. Superficie de respuesta para $d = 10$ mm.

$$R(x,y) = 0.735955 - 0.001486x - 0.588786y - 0.0005459xy + 0.0000027x^2 + 0.14551651y^2$$

Después el cálculo de cada superficie de respuesta, los cálculos de fiabilidad se realizaron utilizando el programa *Phimeca*.

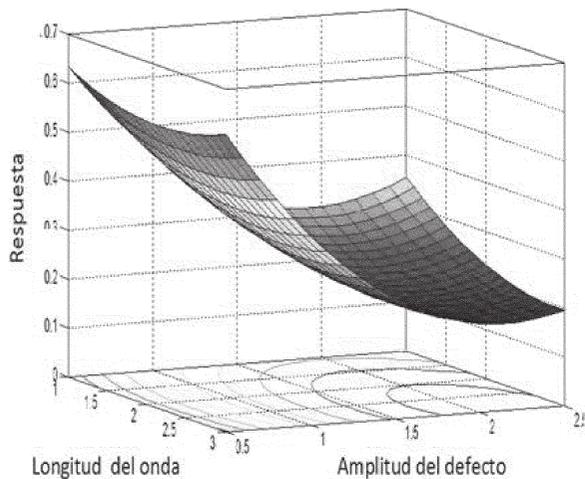


Fig. 9. Superficie de respuesta para $d = 20$ mm.

Tabla 1. Resultados del estudio de fiabilidad.

Distancia entre defectos (mm)	P_f	Índice de fiabilidad β
5	19%	0.8779
10	14%	1.0803
20	11%	1.2265

La tabla 1 muestra que la probabilidad de fallo disminuye cuando se alejan los defectos entre ellos. En este sentido, un estudio similar puede efectuarse considerando la distancia de acoplamiento como una tercera variable aleatoria, a fin de cuantificar mejor el efecto de este factor. El casco es muy sensible a las imperfecciones geométricas. El análisis de la fiabilidad de esta estructura requiere por un lado, un modelo mecánico para tener en cuenta estas imperfecciones y la interacción que se produce entre ellos, por otro lado, utilizar métodos capaces de realizar un análisis de fiabilidad.

8. Conclusiones

La simulación se llevó a cabo mediante el método del elemento finito para estudiar la variación de la carga crítica en el problema de pandeo de los cascos cilíndricos finos sometidos a carga axial de compresión cuando hay imperfecciones geométricas axisimétricas localizadas. El estudio muestra que en situaciones de total acoplamiento entre estos defectos se produce una caída de la carga crítica mucho más grande que la observada en el caso de defectos aislados de referencia. Esta variación tiene un interés significativo en el diseño y cálculo de los cascos cilíndricos finos. El efecto de la interacción es importante porque degrada el rendimiento con respecto al pandeo cuando la amplitud del defecto se vuelve comparable a la del espesor del casco. El análisis de fiabilidad mostró que la probabilidad de fallo en este problema depende en gran medida de la geometría del defecto considerado (longitud de onda, la amplitud del defecto) y la distancia de acoplamiento.

9. Referencias

- [1] Donnell, L.H., "The Problem of Elastic Stability". *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, Aeronautical Division, New York, 1933.
- [2] Arbocz, J., y Hol. J. M. A. M., "Collapse of Axially Compressed Cylindrical Shells with Random Imperfections". *AIAA Journal*, vol. 29, núm. 12, pp. 2247-2256, 1991.

- [3] Gros, D., *Flambage des coques cylindriques sous pression interne et flexion: sensibilité aux imperfections géométriques*, Inst. National des Sc. Appliq. de Lyon, Francia, 1999.
- [4] Schauder, B. D., *Coques cylindriques isotropes sous flexion et pression interne: instabilité et comportement poste critique*, tesis de doctorado, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Francia, 1997.
- [5] Limam, A., *Coques cylindriques sous chargement combine de pression interne et de flexion*. Rapport interne, URGC, INSA Lyon, Francia, 2004.
- [6] Khamlichi, A., Bezzazi, M., y Limam A. "Buckling of Elastic Cylindrical Shells Considering the Effect of Localized Axisymmetric Imperfections" *Thin Walled Structures*, vol. 42, núm. 7, pp. 1035-1047, 2004.

Científica

indizada en

Latindex

Sistema Regional de Información en Línea
para Revistas Científicas de América Latina,
el Caribe, España y Portugal.
www.latindex.org

Periódica

Índice de Revistas Latinoamericanas en Ciencias.
http://132.248.9.1:8991/F/-/?func=find-b-0&local_base=PER01

Redalyc

Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe,
España y Portugal.
Sistema de Información Científica Redalyc.
www.redalyc.uaemex.mx