

# Propuesta de inicialización de los pesos en el filtro espacial LMS

Carlos Ríos-Ríos<sup>1</sup>  
Marco Antonio Acevedo-Mosqueda<sup>1</sup>  
Pogrebnyak Oleksiy<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Sección de Estudios de Posgrado e Investigación,  
Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Zacatenco,  
Instituto Politécnico Nacional.  
Unidad Profesional 'Adolfo López Mateos', Col. Lindavista,  
CP 07738, México, DF.  
MEXICO.

<sup>2</sup>Centro de Investigación en Computación,  
Unidad Profesional 'Adolfo López Mateos',  
Av. Juan de Dios Bátiz s/n, Col. Nueva Industrial Vallejo,  
CP 07738, México, DF.  
MEXICO.

Tel. (+52) 5729 6000 ext. 54756

correo electrónico (email): crioss83@gmail.com  
macevedo@ipn.mx

Recibido el 3 de agosto de 2010; aceptado el 30 de noviembre de 2010.

## 1. Resumen

En este trabajo se propone una alternativa para inicializar los pesos en un arreglo de antenas de siete elementos que utiliza el filtro espacial LMS, el objetivo es reducir el número de iteraciones que el filtro requiere para llegar a la solución de Wiener. Es importante reducir el número de iteraciones para que el patrón de radiación pueda adaptarse en el menor tiempo posible. La propuesta para la inicialización de los pesos se basa en el método de reducción de lóbulos secundarios en arreglos de antenas fijos. En este trabajo se utilizan los coeficientes de un filtro FIR pasa-bajas para inicializar el vector de pesos del filtro LMS. Como primer paso con el algoritmo LMS e inicializando los pesos con valores igual a cero, se modifica el patrón de radiación del arreglo agregando un nulo en la dirección de una señal de interferencia conocida *a priori*. Este resultado se compara cuando el vector de pesos se inicializa con esta propuesta. Para verificar la reducción en el número de iteraciones, se hace una comparación del error cuadrático medio y la relación señal a ruido cuando se inicializan los pesos con ambas formas.

**Palabras clave:** inicialización, LMS, FIR, funciones de ventanas.

## 2. Abstract (Proposal of Initialization for the Weights in the LMS Spatial Filter)

This paper proposes an alternative to initialize the weights in an array of antennas of seven elements that use the LMS spatial filter, the objective is to reduce the number of iterations that the filter required to reach the Wiener solution. It is important to reduce the number of iterations since the radiation pattern can be adapted as soon as possible. The proposal for the initialization of the weights is based on the method of reducing side lobes in fixed antenna arrays. In this paper we use the coefficients of a FIR low pass filter to initialize the weight vector of the LMS filter. First we use the LMS algorithm initializing the weight vector with zero values, to modify the array radiation pattern by adding a null in the direction of an interfering signal known *a priori*. We compare this result when the weight vector is initialized with this proposal. To verify the reduction in the number of iterations, as a comparison of the mean square error and signal to noise when the weights are initialized with both.

**Key words:** initialization, LMS, spatial filter, weights, FIR.

## 3. Introducción

Se utiliza un arreglo de siete antenas tipo dipolo distribuidas de forma equidistantes y se obtiene su factor de arreglo. En el factor de arreglo de un arreglo de antenas fijo los pesos son iguales a uno  $w_u$  [1][2]. Los valores de los pesos forman la respuesta al impulso del filtro de ventana rectangular. La respuesta en magnitud de esta ventana es un filtro pasa-bajas. Cuando se utiliza esta ventana no se modifica el patrón de radiación original.

Primero se analizan los arreglos fijos de antenas para modificar el patrón de radiación. En particular se abordará sólo el tema de reducción de lóbulos secundarios. Esta reducción de los lóbulos secundarios se logra utilizando las funciones de ventanas de Hamming, Kaiser, Haan, Triangular y Tukey. La respuesta en magnitud de este tipo de filtros es la de un filtro pasa-bajas. Y cuando estos coeficientes se usan como los pesos en el arreglo de antenas se obtiene un patrón de radiación con lóbulos secundarios muy pequeños. Se debe tener cuidado, ya que al

utilizar estas ventanas el lóbulo principal aumenta su ángulo de media potencia, es decir, el lóbulo principal se hace más ancho. Esto se debe a que la frecuencia de corte del filtro depende del número de coeficientes y para este caso sólo se tienen catorce coeficientes, por lo que no se tiene un control sobre dicha frecuencia de corte. Debido a lo anterior, en este trabajo se propone un filtro pasa-bajas truncado, ya que para el cálculo de los coeficientes se debe proporcionar el dato de la frecuencia de corte.

Como segundo paso se toman los pesos arrojados por las funciones de ventanas y por un filtro pasa bajas truncado como opciones para inicializar el vector de pesos del filtro LMS. Esta propuesta modifica el patrón de radiación original desde la primera iteración del algoritmo. Se inicializa con un patrón de radiación con lóbulos secundarios de menor amplitud con respecto al patrón original. La razón de disminuir la amplitud de los lóbulos secundarios es que en éstos se pueden presentar interferencias y para evitarlas se coloca un nulo en la dirección del lóbulo.

Finalmente, se modifica el patrón de radiación del arreglo agregando un nulo en la dirección de una señal de interferencia conocida *a priori*, con el algoritmo LMS inicializando los pesos con valores igual a cero. Este resultado se compara cuando el vector de pesos se inicializa con las funciones ventanas mencionadas y el filtro pasa-bajas truncado. Para verificar la reducción en el número de iteraciones, se hace una comparación del error cuadrático medio y la relación señal a ruido cuando se inicializan los pesos con ambas formas.

#### 4. Desarrollo

##### 4.1. Factor de arreglo

El sistema de antenas utilizado está formado por un arreglo de antenas tipo dipolo, dicho arreglo es asimétrico con una separación entre elementos equidistante tal como se muestra en la figura 1. El arreglo de la figura 1 es igual al utilizado por Widrow [1]. Para obtener el patrón de radiación de campo lejano total del arreglo de antenas, se utiliza el principio de superposición, que establece que el campo total ( $E_{\theta}$ ) producido por un conjunto de fuentes es la suma de los campos de las fuentes individuales. El campo  $E_{\theta}$  es igual al producto entre el campo eléctrico del elemento y el factor de arreglo (FA). Se obtiene el factor de arreglo para graficar el patrón de radiación, los pesos  $w_u$  del arreglo fijo son iguales a uno [1][2]. Partiendo del arreglo asimétrico de la figura 1 el factor de arreglo es:

$$FA(\theta) = w_1 e^{(-6j\pi d \sin \theta)} e^{j(\omega_0 t)} + w_2 e^{(-6j\pi d \sin \theta)} e^{j(\omega_0 t - \pi/2)} + w_3 e^{(-4j\pi d \sin \theta)} e^{j(\omega_0 t)} + w_4 e^{(-4j\pi d \sin \theta)} e^{j(\omega_0 t - \pi/2)} + w_5 e^{(-2j\pi d \sin \theta)} e^{j\omega_0 t} + w_6 e^{(-2j\pi d \sin \theta)} e^{j(\omega_0 t - \pi/2)}$$

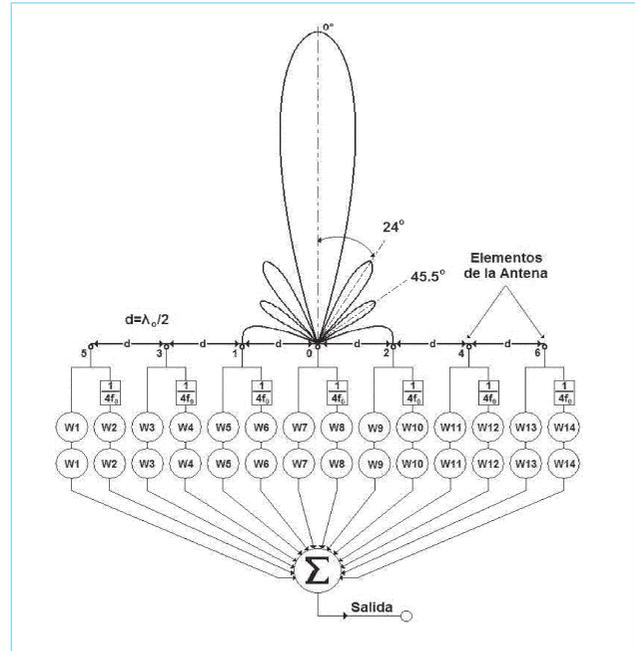


Fig. 1. Arreglo asimétrico de antenas tipo dipolo.

$$+ w_7 e^{j\omega_0 t} + w_8 e^{(j\omega_0 t - \pi/2)} + w_9 e^{(-2j\pi d \sin \theta)} e^{j\omega_0 t} + w_{10} e^{(2j\pi d \sin \theta)} e^{j(\omega_0 t - \pi/2)} + w_{11} e^{(4j\pi d \sin \theta)} e^{j\omega_0 t} + w_{12} e^{(4j\pi d \sin \theta)} e^{j(\omega_0 t - \pi/2)} + w_{13} e^{(6j\pi d \sin \theta)} e^{j\omega_0 t} + w_{14} e^{(6j\pi d \sin \theta)} e^{j(\omega_0 t - \pi/2)} \quad (1)$$

Entonces el campo producido por el arreglo asimétrico de antenas de la figura 1 está dado por:

$$E_{\theta} = \frac{jk I_0 L e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta * FA(\theta) \quad (2)$$

Donde  $L$  es la longitud del dipolo,  $\eta$  es la impedancia intrínseca del medio,  $\theta$  es el ángulo como medida del eje  $z$  en coordenadas esféricas,  $r$  es la distancia de la antena a un punto de referencia.

Para el caso particular en este trabajo se usará el arreglo mostrado en la figura 1, con siete elementos separados por una distancia  $d = \lambda_0/2$  entre elementos. En dicho arreglo, se puede apreciar el patrón de radiación formado por un lóbulo principal en  $0^\circ$  y lóbulos secundarios laterales a  $\pm 24^\circ$  y  $\pm 45.5^\circ$  con respecto al eje vertical. Los lóbulos secundarios o laterales por lo general son lóbulos no deseados, ya que radian energía electromagnética en una o más direcciones, así que es necesario reducir o eliminar dichos lóbulos.

Para el caso del factor de arreglo de la ecuación 1, se puede tomar el vector de pesos como:

$$w_u^T[n] = [[w_1, w_2, w_3, w_4, \dots, w_{14}] = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1] \quad (3)$$

Los valores de los pesos del vector ( $w$ ) se pueden tomar como los coeficientes de la respuesta al impulso de un filtro de ventana rectangular de 14 muestras.

Al aplicar la transformada de Fourier para obtener la respuesta en magnitud del filtro:

$$|W(e^{j\omega})| = \left| \sum_{n=1}^{14} w_u[n] e^{-j\omega n} \right| \quad (4)$$

En la figura 2 se grafica la respuesta en magnitud del filtro donde se observa que se tiene un lóbulo principal y varios lóbulos secundarios dentro del intervalo de  $0$  a  $\pi/2$ . Se tiene un comportamiento de un filtro pasa-bajas con frecuencia de corte igual  $\omega_c = 0.0640\pi$ .

El valor de  $\omega_c$  se utilizará para el cálculo de los coeficientes del filtro pasa-bajas con los que se inicializa el vector de pesos del algoritmo LMS.

#### 4.2. Reducción de lóbulos secundarios

Una forma de reducir los lóbulos secundarios en arreglos fijos, es utilizando los coeficientes de funciones de ventanas y filtros pasa-bajas como los pesos  $w$  en el factor de arreglo [2][5]. Los pesos toman los valores de la respuesta al impulso de las funciones de ventanas y filtros. Existen un gran número de funciones de ventana y de métodos para el cálculo de éstos. En este trabajo se presentan sólo algunas funciones de ventanas las cuales se calculan por las siguientes expresiones:

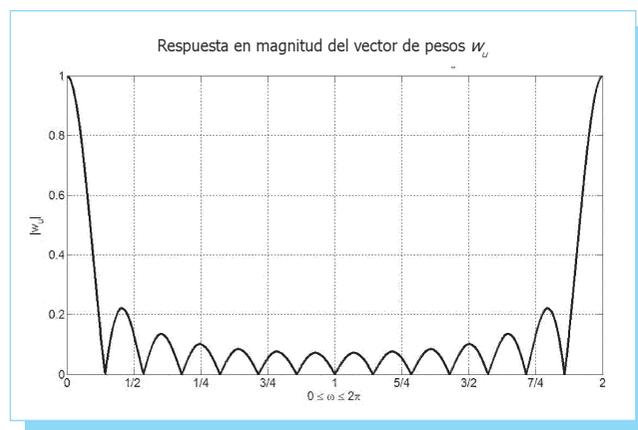


Fig. 2. Respuesta en magnitud  $|W(e^{j\omega})|$ .

$$Hamming(n) = 0.54 - 0.46 \cos(2\pi n/N), 0 \leq n \leq N \quad (5)$$

$$Hann(n) = 0.5 [1 - \cos(2\pi n/N)], 0 \leq n \leq N \quad (6)$$

$$Triangular(n) = \begin{cases} \frac{2n}{N+1}, & 1 \leq n \leq \frac{N+1}{2} \\ \frac{2(N-n+1)}{N+1}, & \frac{N+1}{2} \leq n \leq N \end{cases} \quad (7)$$

$$Tukey(n) = \begin{cases} 1.0, & 0 \leq |n| \leq \alpha \frac{N}{2} \\ \frac{1}{2} [1 + \cos(\pi \frac{n - \alpha N/2}{2(1 - \alpha) N/2})], & \alpha \frac{N}{2} \leq n \leq N \end{cases} \quad (8)$$

De las ecuaciones anteriores se obtienen los coeficientes de la respuesta al impulso para cada función de ventana, se puede notar que para obtenerlos no se requiere conocer la frecuencia de corte  $\omega_c$ . Cada ventana reduce los lóbulos secundarios del factor de arreglo, pero hacen un poco más ancho el lóbulo principal. Además, dependiendo del número de coeficientes (que es igual al número de elementos de antena) el ancho del lóbulo principal en el espectro de magnitud cambia.

Tomando como referencia la respuesta al impulso de la ventana rectangular de la ecuación 3 y conociendo que se comporta como un filtro pasa-bajas se propone calcular los coeficientes de un filtro pasa-bajas tipo FIR truncado. Ya que a diferencia de las funciones de ventana es posible controlar la frecuencia de corte y por lo tanto el ancho en el lóbulo principal. La respuesta en frecuencia de un filtro ideal pasa-bajas tiene una respuesta en fase lineal [6]. El filtro truncado solo toma algunos valores de los coeficientes de la respuesta al impulso en el intervalo de  $-M \leq n \leq M$  y fuera del intervalo son igual a cero [6], así se llega a una longitud finita de  $N = 2M + 1$ , teniendo:

$$h_{pb}[n] = \begin{cases} \frac{2 * \text{sen } \omega_c (n - M)}{\pi(n - M)}, & 1 \leq n \leq N - 1 \\ 0, & \text{para otro caso} \end{cases} \quad (9)$$

De la ecuación anterior se puede notar que los coeficientes se han multiplicado por dos, lo que proporciona un mejor resultado en la inicialización del vector de pesos.

De acuerdo a lo anterior, para sistemas con arreglos de antena adaptivos se propone inicializar el vector de pesos utilizando los filtros mencionados, con el propósito de reducir el número de iteraciones que consume el proceso de adaptación.

En la figura 1 se tiene un lóbulo secundario a 45.5° en el patrón de radiación, se puede suponer una señal de interferencia o ruido incidiendo en esta misma dirección y que se desea eliminar. Para conseguir anular este lóbulo se usan filtros adaptivos, en este trabajo se utiliza el algoritmo LMS. Se tomará el caso cuando la interferencia se encuentra a 45.5°, al igual que el utilizado por Widrow [1].

### 4.3. Algoritmo LMS

Comprende dos procesos principales, un proceso de filtrado que implica el cálculo de la salida generada por un coeficiente y la generación de una estimación del error comparando esta salida con la respuesta deseada. Un proceso adaptativo realiza el ajuste automático de los coeficientes del filtro de acuerdo con la estimación del error. En la figura 3 se presenta el esquema modificado del sistema adaptivo el cual usa el algoritmo LMS como ajuste. Entonces el algoritmo LMS se puede resumir en los siguientes pasos:

Inicialización del vector de pesos  $w_F(n)$

1. Calcular el filtro de salida  $s(n) = w^T(n) x(n)$
2. Calcular la estimación del error  $\epsilon(n) = d(n) - s(n)$
3. Calcular el siguiente filtro de vector de pesos  $w(n+1) = w(n) - 2\mu\epsilon(n)$
4. Repetir el proceso desde el paso 2 hasta que los pesos converjan.

Donde  $\mu$  es el factor de convergencia el cual se propone que sea 1/12 por el inverso del valor propio máximo:

$$\mu = \frac{1}{12e_{\max}} \quad (10)$$

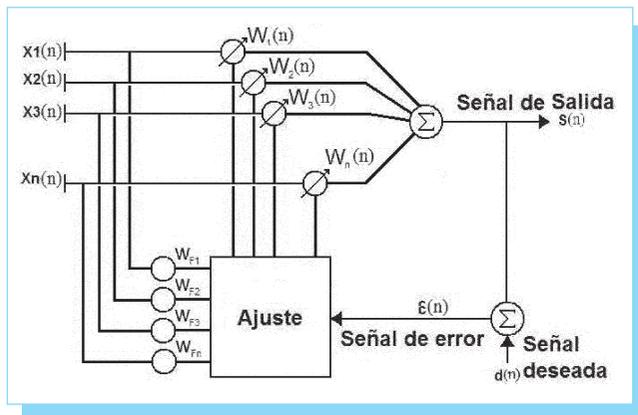


Fig. 3. Algoritmo LMS modificado.

Donde  $s(n)$  es la salida del sistema,  $d(n)$  es la señal deseada del sistema,  $x(n)$  es la entrada del sistema y  $\epsilon(n)$  es el error.

Los valores iniciales de los pesos  $w(n)$  de acuerdo a Widrow son iguales a cero [1] ( $W_{\text{Widrow}}$ ). En este trabajo el vector de pesos se tomará de acuerdo a los coeficientes de las funciones de ventana ( $W_{\text{Hamming}}$ ,  $W_{\text{Hann}}$ ,  $W_{\text{Triangular}}$  y  $W_{\text{Tukey}}$ ) y el filtro truncado ( $W_{\text{2FPb}}$ ). En la figura 4 se presentan de forma gráfica los valores de los coeficientes de las funciones de ventana así como del filtro pasa-bajas.

En la tabla 1 se muestran los valores que el vector de pesos tomará para cada caso.

Utilizando el algoritmo LMS se introduce un nulo en el lóbulo secundario a 45.5°, calculando la relación señal a ruido y el error cuadrático medio en cada iteración. Para verificar la reducción en el número de iteraciones, se hace una comparación del error cuadrático medio y la relación señal a ruido cuando se inicializan los pesos de acuerdo a la tabla 1, en la tabla se presenta  $w_{\text{Widrow}}$  (1),  $w_{\text{Hamming}}$  (2),  $w_{\text{Hann}}$  (3),  $w_{\text{Triangular}}$  (4),  $w_{\text{Tukey}}$  (5),  $w_{\text{2FPb}}$  (6).

$$\text{SNR} = \frac{w^H E[x_s x_s^H] w}{w^H E[x_r x_r^H] w} \quad (11)$$

$$\text{MSE} = \epsilon^2(j) = [d(j) - w^T(j) X(j)]^2 \quad (12)$$

Donde  $w^H$  es la transpuesta conjugada de  $w$ ,  $E[x_s x_s^H]$  es la matriz de correlación de la señal deseada  $x_s$ ,  $E[x_r x_r^H]$  es la matriz de correlación de la señal con ruido  $x_r$  [3]. Donde el ruido es generado en Matlab con la función random y almacenado para tener las mismas características en cada prueba.

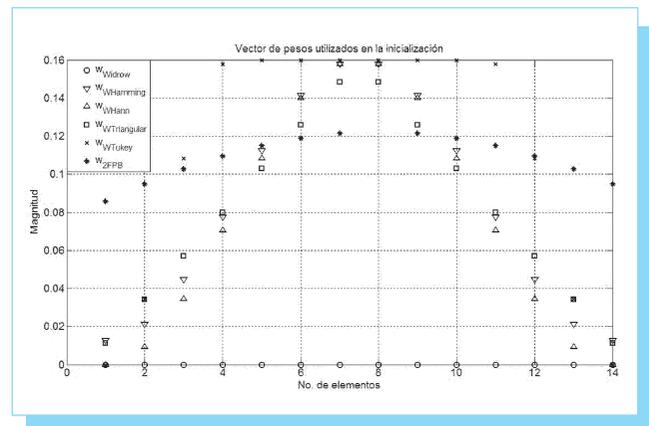


Fig. 4. Vector de pesos propuestos para la inicialización.

**Tabla 1.** Coeficientes usados para la inicialización del filtro espacial LMS.

1	2	3	4	5	6
0	0.0144	0.0000	0.0129	0.0000	0.0857
0	0.0239	0.0103	0.0386	0.0389	0.0947
0	0.0502	0.0389	0.0643	0.1219	0.1027
0	0.0872	0.0792	0.0900	0.1774	0.1095
0	0.1266	0.1219	0.1157	0.1800	0.1150
0	0.1592	0.1574	0.1414	0.1800	0.1190
0	0.1776	0.1774	0.1671	0.1800	0.1214
0	0.1776	0.1774	0.1671	0.1800	0.1222
0	0.1592	0.1574	0.1414	0.1800	0.1214
0	0.1266	0.1219	0.1157	0.1800	0.1190
0	0.0872	0.0792	0.0900	0.1774	0.1150
0	0.0502	0.0389	0.0643	0.1219	0.1095
0	0.0239	0.0103	0.0386	0.0389	0.1027
0	0.0144	0.0000	0.0129	0.0000	0.0947

**Tabla 2.** Relación señal a ruido (*SNR*).

Núm. Iter.	5	9	11	13
unitarios	15.9899	15.9899	15.9899	15.9899
$W_{LMS\ Zero}$	17.3988	18.5788	16.4999	22.1462
$W_{LMS\ WHam}$	56.0708	43.7306	37.2030	40.4285
$W_{LMS\ WHan}$	53.2198	40.9912	34.5887	37.9133
$W_{LMS\ WTri}$	55.4901	43.2137	36.7069	39.9491
$W_{LMS\ WTuk}$	69.1994	57.1094	50.1589	53.0299
$W_{LMS\ 2FPb}$	66.0217	54.1158	47.3477	50.3756
Núm. Iter.	17	20	24	50
unitarios	15.9899	15.9899	15.9899	15.9899
$W_{LMS\ Zero}$	22.2966	35.2996	29.2026	88.7817
$W_{LMS\ WHam}$	37.5467	49.1223	42.3988	101.6309
$W_{LMS\ WHan}$	35.1990	46.8746	40.2000	99.4606
$W_{LMS\ WTri}$	37.0958	48.6887	41.9737	101.2108
$W_{LMS\ WTuk}$	49.5031	60.6631	53.7268	112.8319
$W_{LMS\ 2FPb}$	47.1435	58.4996	51.6657	110.8325

#### 4.4. Resultados

En la tabla 2 se presentan los resultados de la relación señal a ruido para diferente número iteraciones. De la tabla 2 se puede observar que al aumentar el número de iteraciones en general la relación señal a ruido también aumenta. Sin embargo, cuando se pasa de la iteración número 9 a la 11, la *SNR* disminuye y comienza a aumentar hasta llegar a la iteración 20. De la iteración 20 a la 24 se vuelve a presentar este mismo efecto. Finalmente, en la iteración 50 se tiene una *SNR* mayor a todas las demás, pero no se tomará en cuenta ya que en este trabajo lo que se desea es disminuir las iteraciones. De acuerdo a los resultados mostrados en la iteración 5 se tiene una *SNR* mayor que en las demás iteraciones, excepto en la iteración 50. Desde este punto de vista, podría considerarse que éste es el momento adecuado para detener el LMS, pero debe considerarse que los pesos apenas comenzarán a estabilizarse. Por lo que se tomará como referencia el caso de nueve iteraciones.

En la iteración número 9 se tiene una *SNR* de 57.1 y 54.11 para la ventana de Tukey y el filtro truncado respectivamente. Estos valores son de los más altos entre la iteración 9 a la 24. Estas *SNR* podrían representar una buena opción para

detener el algoritmo LMS. Sin embargo, hasta ahora no es suficiente este criterio para establecer en qué momento los pesos obtenidos ya han introducido un nulo en la dirección deseada.

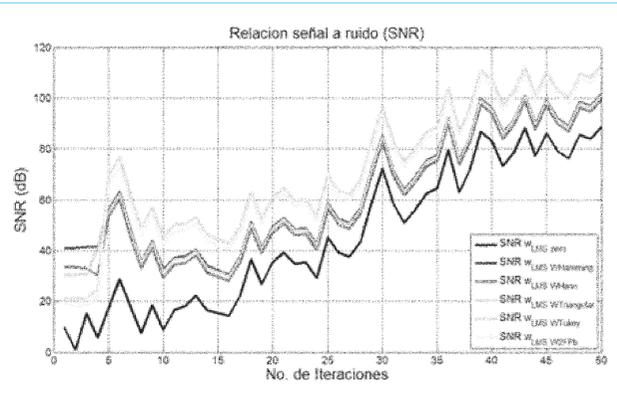
En la tabla 3 se presentan los resultados del error cuadrático medio a diferentes iteraciones. En la tabla se puede observar que en la iteración número 9 en los casos de Tukey y el filtro truncado los valores del MSE son pequeños comparados con los demás casos. De acuerdo a estos resultados y a los de la tabla 2 las funciones de ventanas mencionadas proporcionan los mejores resultados y reducen el número de iteraciones comparadas con las otras funciones de ventanas y la inicialización del vector con ceros.

En la figura 5 se presenta el comportamiento del error cuadrático medio cuando se inicializa el LMS con las funciones de ventana. Se puede observar que en todos los casos la forma de la curva es similar, pero de magnitud muy diferente. De la figura 5 se observa que se tienen valores menores del MSE cuando se utilizan las funciones de ventana comparados cuando se inicializa con un vector de pesos iguales a cero.

**Tabla 3.** Error cuadrático medio (MSE).

Pesos/ Núm. Iter.	5	9	11	13
$W_{LMS\ Zero}$	0.0499	0.2267	0.3443	0.2332
$W_{LMS\ WHam}$	0.0033	0.0118	0.0179	0.0121
$W_{LMS\ WHan}$	0.0018	0.0195	0.0296	0.0200
$W_{LMS\ WTri}$	0.0073	0.0130	0.0198	0.0134
$W_{LMS\ WTuk}$	0.0227	0.0009	0.0014	0.0009
$W_{LMS\ 2FPb}$	0.0323	0.0014	0.0022	0.0015
Pesos/ Núm. Iter.	17	20	24	50
$W_{LMS\ Zero}$	0.1579	0.0663	0.0138	4.34970e-9
$W_{LMS\ WHam}$	0.0082	0.0035	0.0007	0.22663e-9
$W_{LMS\ WHan}$	0.0136	0.0057	0.0012	0.37342e-9
$W_{LMS\ WTri}$	0.0091	0.0038	0.0008	0.24963e-9
$W_{LMS\ WTuk}$	0.0006	0.0003	0.0001	0.01721e-9
$W_{LMS\ 2FPb}$	0.0010	0.0004	0.0001	0.0272e-9

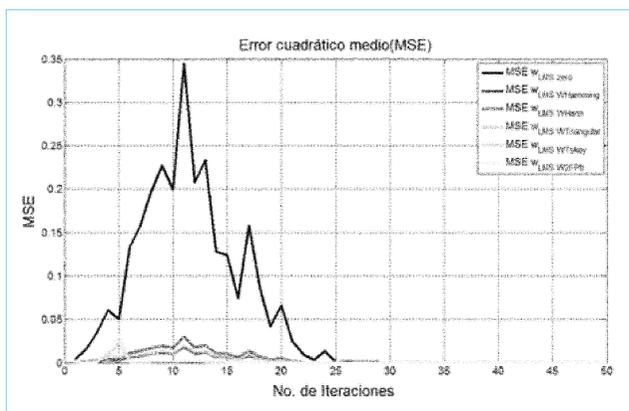
En la figura 6 se observa que la forma de las curvas de la SNR para las funciones de ventana es muy similar en comparación con la gráfica en negro (vector de inicialización igual a cero). Se aprecia que para Tukey y el filtro truncado, después de la iteración número 5 se obtienen valores de la SNR mayores a los demás casos.



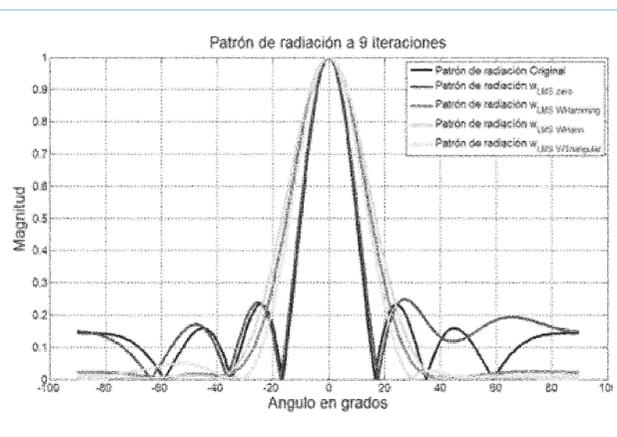
**Fig. 6.** Relación señal a ruido.

En la figura 7 se observa el patrón de radiación obtenido a nueve iteraciones, en color negro se tiene el patrón de radiación original y en color azul cuando los valores de los pesos del vector de inicio son iguales a cero, propuestos por Widrow [1].

En la figura 7 se aprecia que a nueve iteraciones, cuando se inicializa con valores iguales a cero no se puede colocar un nulo sobre el ángulo deseado, sin embargo conserva la forma del lóbulo principal y de los lóbulos laterales. Cuando se inicializa con los coeficientes de las funciones de ventana de Hamming, Hann y Triangular se logra minimizar todos los lóbulos y se coloca el nulo en la dirección de 45.5°. Sin embargo, se altera la forma del patrón de radiación original al minimizar todos los lóbulos laterales. También se observa que el



**Fig. 5.** Gráfica del error cuadrático medio (MSE).



**Fig. 7.** Patrón de radiación a nueve iteraciones.

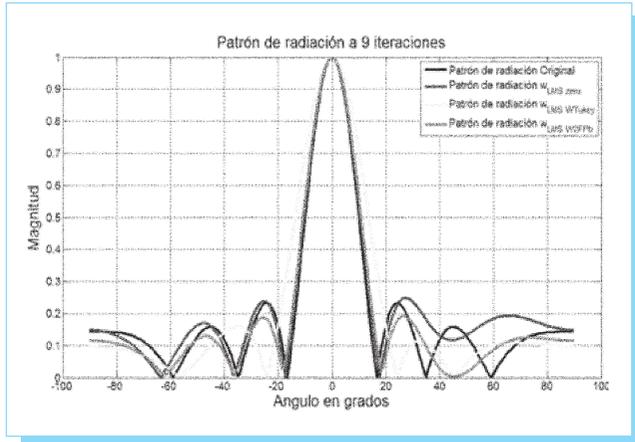


Fig. 8. Patrón de radiación a nueve iteraciones.

lóbulo principal al utilizar Hamming, Hann y Triangular es ensanchado, y no conserva la forma del lóbulo principal original.

En la figura 8 se presenta el patrón de radiación a 9 iteraciones para los pesos iniciales con la función de ventana Tukey y el filtro pasa bajas truncado, estas propuestas tienen el menor MSE y un mayor SNR. Se observa que con Tukey se coloca un nulo en la dirección deseada, pero aumenta el ancho del lóbulo principal, es decir no conserva la forma del patrón de radiación original. Además, desplaza los lóbulos laterales y reduce el número de éstos. Por lo que no es una buena alternativa para la inicialización del vector de pesos.

Inicializando con el filtro pasa-bajas se observa que conserva la forma y el ancho del lóbulo principal original y coloca el nulo en el lóbulo secundario a  $45.5^\circ$ . No altera demasiado la forma y el número de los lóbulos secundarios del patrón original.

## 5. Conclusiones

De acuerdo a los resultados presentados el utilizar funciones de ventana y el filtro pasa-bajas truncado proporcionan una buena alternativa para la inicialización del vector de pesos en el algoritmo LMS. Ya que reducen el número de iteraciones que se requieren para adaptar el patrón de radiación.

Los mejores resultados de la SNR y el MSE con un número de nueve iteraciones se obtienen cuando se utiliza la ventana de Tukey y el filtro truncado pasa-bajas. Sin embargo, el filtro pasa-bajas conserva mejor la forma del patrón de radiación original al tener el mismo ancho sobre el lóbulo principal y al poner el nulo en la dirección deseada de  $45.5^\circ$ . Esto se debe a que con el filtro pasa-bajas es posible controlar la frecuencia de corte y con ello el ancho del lóbulo principal.

Al observar los resultados de patrón de radiación, SNR y MSE con la inicialización del vector de pesos con el filtro pasa-bajas truncado se puede asegurar que el proceso de filtrado del LMS se realizará en un menor tiempo que cuando se inicializa el vector de pesos con cero.

## 6. Referencias

- [1] Widrow, B., Mantey, P. E., Griffiths, L. J. y Goode B. B., "Adaptive Antenna Systems", *Proceedings of the IEEE*, vol. 55 núm.12, 2143-2159, diciembre, 1967.
- [2] Gross, F. B., *Smart Antennas for Wireless Communications*, McGraw-Hill, 1995.
- [3] Godara, L. C., *Smart Antennas*, CRC press, 2004.
- [4] Lau, Y. S., Hussain, Z. M. y Harris, R. J., "A Weigh-vector LMS algorithm for adaptive beam-forming", *Proceedings Analog and Digital Techniques in Electrical Engineering*, 21-24 noviembre 2004, Chiang Mai, Thailand.
- [5] Sung, S., Ham F. M. y Shelton, W., "A New Robust Neuronal Network Method for Coherent Interference Rejection in Adaptive Array Systems", *International Joint Conference on Neural Networks*, pp. 119-124, 17-21 junio 1990, San Diego CA, USA.
- [6] Mitra, S. K., *Digital Signal Processing*, 2a ed., McGraw-Hill, 2001.
- [7] Brookner, E., "Trends in Array Radars for the 1980s and Beyond," *IEEE Antenna and Propagation Society Newsletter*, abril, 1984.
- [8] Steyskal, H., "Digital Beamforming Antennas-An Introduction", *Microwave Journal*, pp. 107-124, enero, 1987.
- [9] Liberti, J., y Rappaport, T., *Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications*, New York, Prentice Hall, 1999.
- [10] Margerum, D. L., "Self-Phased Arrays" (Chap. 5) in *Microwave Scanning Antennas*, New York: Academic Press, 1964.