

# Análisis fractal de la epilepsia

**Teresa I. Contreras-Troya**  
**Oswaldo Morales-Matamoros**  
**Beatriz Trueba-Ríos**  
**Ricardo Tejeida-Padilla**  
**Alexander Balankin**

Sección de Estudios de Posgrado, ESIME-Zacatenco, Instituto Politécnico Nacional (IPN).  
Unidad Profesional "Adolfo López Mateos", Av. IPN, Col. Lindavista, Edificio 5, 3<sup>er</sup> piso, CP 07738, México, DF. MÉXICO.

Teléfono: 5729 6000 ext. 54589  
Correo electrónico: mcontrerast@ipn.mx

Recibido el 31 de agosto de 2008; aceptado el 30 de enero de 2009.

## 1. Resumen

Un sistema complejo es aquel cuyos elementos interactúan de manera no lineal. Un sistema biológico complejo es el cerebro humano, cuyo funcionamiento es con base en la comunicación entre las neuronas; una mala conexión entre éstas puede ocasionar epilepsia, la cual afecta del 1% al 2% de la población mundial, sin importar edad, género, nacionalidad o situación económica.

La geometría fractal permite analizar electroencefalogramas (EEG) de pacientes epilépticos para determinar en qué punto está el foco epiléptico para operar en el lugar preciso.

En esta investigación se aplica la geometría fractal, mediante cuatro métodos de trazado auto-afin (Rango Reescalado, Rugosidad-Longitud, Variograma y Ondoletas), para analizar series de tiempo de EEG de personas que no tienen epilepsia, pero que han tenido algún problema neurológico, y de personas que la padecen, con la finalidad de hacer una comparación entre ellos y encontrar el o los métodos consistentes para el estudio de cada caso.

Después de realizar el análisis fractal, se concluye que para todas las señales complejas (EEG) bajo estudio (tanto para pacientes con problemas neurológicos como para epilépticos) los mejores métodos para su estudio son el rango reescalado y el variograma, ya que fueron consistentes para cada uno de los

canales analizados. Esto sienta las bases para poder caracterizar y modelar patrones estadísticos de la epilepsia.

**Palabras clave:** análisis fractal, complejidad, epilepsia, sistema complejo.

## 2. Abstract (Fractal Analysis of Epilepsy)

A complex system has constituents interacting in a nonlinear way. A complex biological system is the human brain, which function is based on the communication among neurons, if there are communication problems, epilepsy can be developed. This disease affects from 1% to 2% worldwide population, it does not matter age, gender, nationality or economical situation.

Nowadays, Fractal Geometry has been used to analyze electroencephalograms (EEG) of epileptic patients to determine where the epileptogenic region is located in order to make a surgery.

In this work fractal geometry is applied (using four self-affine trace methods: R/S analysis, Roughness-Length, Variogram, and Wavelets), to study time series generated by EEG data of people who do not have epilepsy but have had a neurological problem. This data is compared with that obtained from epileptic patients.

The conclusion of the fractal analysis established that for all complex signals (EEG) under analysis, the best methods to analyze epilepsy are R/S and Variogram, because they are consistent to each analyzed channel. Besides, they converge to the obtained average values of the four self-affine trace methods.

**Keywords:** fractal analysis, complexity, epilepsy, complex system.

## 3. Introducción

Los sistemas complejos contienen varios componentes que interactúan de forma no lineal y cuya dinámica es un balance entre los componentes estacionarios y los no estacionarios, además despliegan un comportamiento emergente, el cual es responsable de las leyes de potencia que son universales e independientes de los detalles microscópicos del fenómeno.

Los sistemas complejos pueden ser físicos, ecológicos, químicos, financieros y biológicos. Como ejemplo de sistema

complejo biológico se tiene al cerebro, el cual está compuesto por billones de células nerviosas llamadas neuronas que transmiten señales dentro del mismo y el resto del cuerpo. Nuestro cerebro controla un amplio rango de tareas, tales como la conciencia, el movimiento y la postura, para ello, recibe y envía mensajes para hacer que tales actividades sucedan, cualquier error en este intercambio puede ocasionar una convulsión; es decir, un repentino aumento de la actividad eléctrica del cerebro, que afecta el comportamiento o los actos de una persona. La epilepsia es la tendencia a tener convulsiones repetidas que inician en el cerebro, debido a que las uniones entre neuronas se comunican anormalmente.

Como la epilepsia puede empezar a cualquier edad y tiene repercusiones sociales para quienes la padecen, así como para sus familiares y la sociedad, la ciencia biomédica busca predecir el inicio clínico de las convulsiones epilépticas para que el paciente pueda ser intervenido quirúrgicamente. Los electroencefalogramas (EEG) son pruebas comunes para diagnosticar la epilepsia, su interpretación se hace de forma visual lo cual requiere de un alto grado de conocimiento y entrenamiento. Sin embargo, el momento exacto del inicio de una convulsión epiléptica observado en un EEG es controversial entre los epileptólogos porque, en ocasiones, es difícil determinarla sólo por inspección visual y las opiniones varían de experto a experto.

Uno de los enfoques que ha ganado interés en el estudio de la epilepsia es la aplicación de la geometría fractal ya que ésta permite analizar, describir y modelar formas o curvas complejas encontradas en la naturaleza, a través de la determinación de la dimensión fractal, la cual sirve como cuantificador de la complejidad.

La habilidad de la dimensión fractal para detectar transiciones y no estacionalidades en las señales, sugiere que ésta es una herramienta útil para explorar la aparición de convulsiones en los electroencefalogramas y proporcionar una importante ayuda en el proceso quirúrgico.

En este trabajo se realizó un análisis fractal en series de tiempo generadas a partir de EEG de pacientes epilépticos y no epilépticos (pero que tuvieron algún problema neurológico como dolor de cabeza, tensión nerviosa o depresión), para establecer qué métodos de trazado auto-afin pueden caracterizar patrones estadísticos de la epilepsia. La finalidad de analizar EEG de pacientes epilépticos y no epilépticos (con trastornos neurológicos) fue determinar si hay patrones emergentes similares en la epilepsia y en otros trastornos neurológicos.

Esta investigación es la continuación de *Epilepsy as a Dynamic System* [1] y *Epilepsy as a Dynamic Complex System* [2], en

los cuales se dieron a conocer conceptos relacionados con la epilepsia y teoría de fractales, así como trabajos sobre la caracterización matemática de la epilepsia aplicando geometría fractal.

## 4. Aspectos teóricos

### 4.1. Epilepsia

La epilepsia es la tendencia a tener convulsiones repetidas que inician en el cerebro, producidas por una descarga eléctrica anormal, similar a un corto circuito de las neuronas, es decir, es una señal de que la forma de trabajar del cerebro es interrumpida; no es una enfermedad, sino el síntoma de una alteración neurológica que afecta al cerebro y se manifiesta en forma de crisis. En éstas, se produce una descarga neuronal de alta frecuencia en una zona específica del cerebro, conocida como foco epiléptico. [1-5].

De 16 a 30% de los afectados sufren epilepsia resistente a fármacos anticonvulsivos y continúan presentando crisis a pesar de recibir altas dosis de medicamentos. En algunos casos, la resección quirúrgica de la lesión responsable de la epilepsia puede eliminar o disminuir la incidencia de las crisis, pero es más frecuente la necesidad de extirpar el foco epiléptico. Cuando un paciente es referido a cirugía, se hace una evaluación pre-quirúrgica dirigida a descubrir y precisar la localización del foco y valorar qué riesgos tendría el extirparlo. Los EEG, la tomografía axial computarizada (digitalización cerebral), la resonancia magnética y la tomografía por emisión de positrones son los principales medios para hacer el diagnóstico.

La electroencefalografía es un estudio de la función cerebral que recoge la actividad eléctrica de las neuronas en situación basal de reposo, vigilia o sueño. Los cambios en la actividad del cerebro, ya sean locales o globales, pueden ser monitoreados y grabados vía electrodos en el cuero cabelludo (EEG) o intracraneal (electrocorticograma, ECoG); cada par de electrodos es conectado a la salida de un amplificador diferencial para aumentar el voltaje entre ellos (de 1,000 a 100,000 veces o de 60 a 100 decibeles -dB-); cada línea o canal del EEG mide la diferencia de potencial eléctrico entre dos electrodos. La señal eléctrica recogida (100  $\mu$ V en un EEG o 1-2  $\mu$ V en un ECoG), se amplifica y representa en forma de curvas, interpretándose la actividad de las distintas áreas cerebrales a lo largo del tiempo.

La ciencia biomédica intenta predecir el inicio clínico de las convulsiones epilépticas, caracterizadas por repentinos cambios simultáneos en la densidad del espectro de potencia y crecimiento en la ritmicidad de la onda; el análisis de EEG/

ECOG provee una ventana a través de la cual la dinámica de la epilepsia puede ser estudiada [5,6-8].

La evaluación clínica y electroencefalográfica de la crisis permite hacer una hipótesis acerca de la localización del foco epiléptico, o, incluso, puede ser suficiente en algunos casos para determinarlo de manera segura; pero en algunas ocasiones se reconoce que pueden llevar a conclusiones erróneas [7]. La interpretación de los EEG requiere de un alto grado de conocimiento y entrenamiento para localizar el lugar donde se encuentra el foco (y su propagación) para poder ser extirpado. Sin embargo, el momento exacto del inicio de una convulsión epiléptica observado en un EEG es controversial entre los epileptólogos (neurólogos especializados en epilepsia), debido a que en ocasiones es difícil determinarla sólo por inspección visual y las opiniones varían de un experto a otro [5,6]. Por esto, es importante contar con una herramienta cuantitativa que complemente la inspección visual para que el neurocirujano tome decisiones quirúrgicas con mayor certeza y rapidez.

Se han realizado estudios empleando la teoría del caos y la geometría fractal en el análisis de EEG para caracterizar estados neurofisiológicos, observándose estructuras fractales en los registros de electroencefalogramas: al aumentar las secciones del mismo se aprecia que tiene el mismo aspecto, el mismo perfil (figura 1) [5,7,8]. A continuación se mencionan, primero, tres estudios de EEG aplicando la teoría del caos y, al final, un estudio de EEG mediante la geometría fractal.

Torres [9] indica que ha observado la dinámica caótica en las manifestaciones de la actividad neuronal de animales superiores. Registros obtenidos de EEG muestran que la actividad sólo es periódica en el caso de una convulsión epiléptica o cuando se induce la periodicidad mediante estímulos externos (motivación, inhalación). En condiciones normales (caminando) es aperiódica y no existe en anestesia profunda. Estudios realizados en humanos arrojan resultados similares. Algunos investigadores han sugerido que la dinámica caótica del cerebro es una vía que éste tiene para procesar globalmente la información que recoge de su entorno. La extrema sensibilidad de esta dinámica les conferiría la capacidad de discriminación de la información sensorial. En todos los casos la dinámica es caótica, pero con distintos grados de caoticidad, según el estado de sueño o vigilia. Sólo en caso de epilepsia se observa periodicidad.

Una convulsión electrográfica es el inicio de una crisis observada por el epileptólogo en el EEG. Una crisis consta de cuatro etapas:

- etapa pre-ictal: el período antes de la crisis,

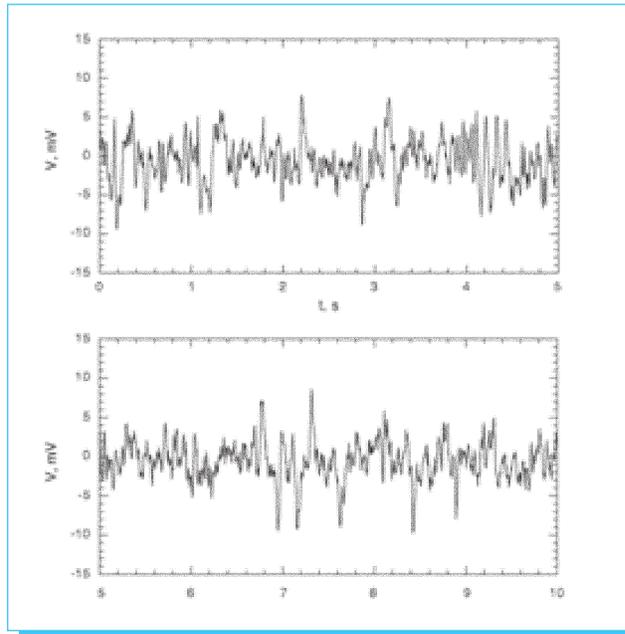


Fig. 1. Fractalidad en el electroencefalograma.

- período ictal: el momento en el que se desarrolla la convulsión,
- período post-ictal: se presenta después de una crisis convulsiva,
- etapa inter-ictal: período entre crisis.

Andreu *et al.* [10] indican que mediante técnicas de análisis no lineal se puede identificar con minutos de antelación el inicio de las crisis epilépticas. El EEG de un cerebro sano es irregular; esta actividad experimenta un cambio drástico con el inicio de un acceso epiléptico. Al observar un EEG registrado durante una convulsión, se encontró que la actividad eléctrica es más violenta en términos de amplitud, pero más regular rítmicamente. Antes y durante la crisis epiléptica, la dimensión fractal del EEG disminuye: hay una "pérdida de complejidad", debido a la coordinación de la población de neuronas. Así, aunque resulta paradójico por la apariencia y la condición de la crisis, las ondas cerebrales reducen su complejidad. [5,9,10].

El caos disipativo puede provocar ordenamientos locales a través de transiciones de fase del desequilibrio. Las ondas de los EEG revelan que el cerebro, como sistema, está en una zona de caos disipativo. Las ondas estacionarias estables caracterizan a las convulsiones epilépticas [9,10].

Jing Z. Liu *et al.* [11] midieron la dimensión fractal en imágenes de resonancia magnética del cerebelo humano de 24 personas sanas (12 mujeres y 12 hombres), usando el método del conteo

de cajas. Los resultados indican que el cerebelo es una estructura fractal con una dimensión de  $2.57 \pm 0.01$ , sin haber diferencia significativa entre hombres y mujeres. Mencionan en su trabajo que Thompson et al. [12] midieron, en fotografías del cerebro humano, la varianza morfométrica de varias partes del cerebro, y encontraron que la dimensión fractal de estas estructuras fue de 2.10. Los investigadores concluyen que, basados en la baja variabilidad en la dimensión fractal, existe un valor estable para un cerebro normal, el cual puede ser usado como control en los estudios patológicos del mismo.

R. Esteller *et al.* [13] determinaron la dimensión fractal en electroencefalogramas intracraneales (IEEG ECoG), aplicando el algoritmo de Katz. Sus resultados preliminares indican que la convulsión electrográfica en el ECoG ocurre al inicio de un incremento en la complejidad del sistema. Asimismo, muestran un patrón reproducible y cuantificable que discrimina claramente el periodo ictal del periodo pre-ictal (figura 2). La tendencia en la dimensión fractal muestra patrones similares para los cuatro pacientes: (1) durante el periodo pre-ictal la dimensión fractal es relativamente baja, (2) la dimensión fractal presenta un incremento durante la etapa inicial del periodo ictal y (3) la dimensión fractal decrece alcanzando el nivel más bajo de complejidad. Entonces, parece que la convulsión electrográfica puede ser identificada con mejor precisión por el algoritmo de la dimensión fractal que por el epileptólogo, como puede ser observado en el pequeño cambio en las ondas de las convulsiones de un paciente a otro, con respecto al tiempo 0.

Sackellares *et al.* [14] encontraron que la epilepsia del lóbulo temporal está caracterizada por episodios de descargas eléctricas (actividad ictal), las cuales consisten en una actividad sincronizada de las neuronas temporales, particularmente las del hipocampo. Los autores sostienen que el cerebro epiléptico es un sistema caótico no lineal, el cual repetidamente hace transiciones dentro y fuera del estado ictal porque el foco epileptogénico lo lleva a un estado auto-organizado del caos al orden. Cuando el caos espacio-temporal en el cerebro falla, las convulsiones representan un mecanismo del cerebro para retornar su dinámica a un estado más normal (caótico). Así, las convulsiones sirven como mecanismo restaurador orden-caos.

Gutiérrez J. [15] desarrolló un algoritmo para extraer características de la señal electrocorticográfica, a fin de clasificar las formas de onda, como espigas epilépticas. Aplicó el análisis wavelet (ondoletas) y la función de correlación para establecer la ruta de diseminación de las espigas epilépticas a partir de la localización del foco. Gutiérrez concluye que ambos métodos simulan el análisis que el electroencefalografista lleva a cabo para determinar si los trazos se clasifican como epilépticos. Este resultado es muy importante porque el neurocirujano puede

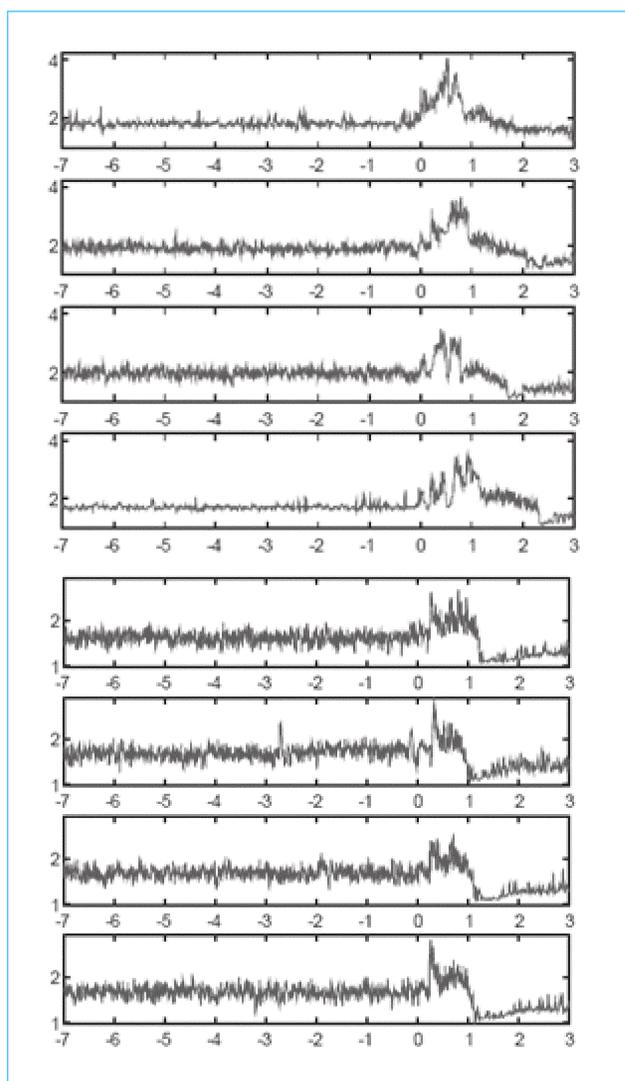


Fig. 2. Dimensión fractal en minutos. Etapa pre-ictal (-7 a 0 minutos) e ictal (0 a 3 minutos) para dos pacientes.

contar con una herramienta clínica que le permita tomar decisiones quirúrgicas con mayor certeza y rapidez.

Por lo anterior, la habilidad de la dimensión fractal para detectar transiciones y no estacionalidades en las señales, sugiere que la geometría fractal (o teoría de fractales) es una herramienta cuantitativa útil para explorar el inicio de las convulsiones en los EEG.

#### 4.2. Fractales

Un fractal es un objeto compuesto por partes que son semejantes al objeto en su conjunto. La palabra fractal

(irregular, fragmentado) se aplica a los objetos en el espacio o a las fluctuaciones en el tiempo que poseen una forma de auto-similitud y no pueden ser descritas en una sola escala de medida absoluta. [16].

En el cuerpo humano existen estructuras fractales, como las ramificaciones bronquiales, la red vascular o la red neuronal. Dichas estructuras en el organismo permiten optimizar la función de los sistemas porque en el mínimo espacio tienen la máxima superficie.

Según Koch, la teoría fractal puede ser considerada como una herramienta válida y útil para el estudio de fenómenos dinámicos en el cuerpo humano o en la naturaleza y permite una aproximación más acorde con la complejidad y la ausencia de linealidad existente en dichos procesos [17].

En 1975 Benoit Mandelbrot denominó fractales al conjunto de formas que, generadas por un proceso de repetición, se caracterizan por poseer detalle a toda escala, por tener longitud infinita, por no ser diferenciables y por exhibir dimensión fraccional (fractal). Los fractales que existen en la naturaleza tienden a ser irregulares y son auto-similares sólo en sentido estadístico, es decir, son fractales auto-afines, por lo que su dimensión fractal se obtiene realizando promedios sobre sus valores en muchas regiones y para muchos cuerpos del mismo tipo. Cuando se amplifica una de las partes de un fractal natural, la propiedad de generar la misma estructura, o similar, tiene límites inferiores y superiores. Los fractales son, en ese sentido, sólo una aproximación de la estructura de las formas naturales [16-19].

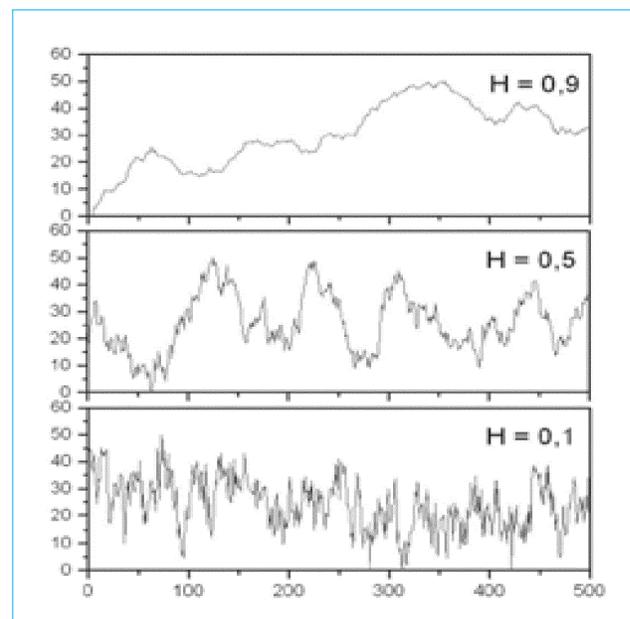
Para obtener la dimensión de una curva rugosa (o de cualquier objeto) se utiliza la dimensión fractal, conocida como dimensión Hausdorff-Besicovitch (basada en la idea de cubrir un objeto con pequeños conjuntos del propio objeto).

La dimensión de Hausdorff es un entero para los objetos geométricos clásicos: puntos ( $D=0$ ), líneas ( $D=1$ ), superficies ( $D=2$ ) y volúmenes ( $D=3$ ); y toma valores no enteros (o fraccionarios) para los fractales. Todo conjunto geométrico y, por tanto, todo objeto natural tiene un grado de irregularidad o fragmentación; la dimensión fractal ( $D$ ) es el número real que cuantifica dicha irregularidad. Frente al concepto simplificado de dimensión euclideana, la dimensión fractal está dotada de continuidad, aceptando cualquier valor entre 0 y 3. La noción de dimensión fractal permite medir qué tan rugosa es una curva, además de medir el índice de adición de detalle estructural cuando crece el aumento, la escala o la resolución y servir como un cuantificador de la complejidad [5,16-19].

Un fractal auto-afín es un conjunto que permanece invariante bajo una escala (estadística) de transformación anisotrópica. Si al hacer una ampliación en una de las partes, uno de los ejes de coordenadas se transforma en un factor  $b$ ,  $x - bx$ , el resto de los ejes coordenados deben ser reescalados en un factor  $b^{\alpha_i}$ ,  $x_i - b^{\alpha_i}x_i$  con el objeto de preservar al conjunto invariante. Los exponentes  $\alpha_i$  son llamados exponentes de rugosidad o exponentes de Hurst e indican cuál es el grado de anisotropía del conjunto. Para estructuras auto-afines, la dimensión fractal sólo puede ser definida localmente [16].

### 4.3. El exponente de Hurst

El exponente de Hurst ( $H$ ) se utiliza para describir el carácter fractal auto-afín de un objeto, ya que indica el grado de rugosidad de las curvas.  $H$  es un indicador para determinar si una serie de tiempo o un fenómeno presentan un comportamiento fractal y mide la intensidad de dependencia a largo plazo de una serie temporal. Se dice que el fenómeno analizado es aleatorio (movimiento browniano) cuando  $H=0.5$ , es persistente cuando  $0.5 < H < 1$  (invariancia de escala asociada a correlaciones positivas a largo plazo, o sea, un periodo de crecimiento es seguido de otro análogo) y es antipersistente cuando  $0 < H < 0.5$  (invariancia en la escala asociada a correlaciones negativas a largo plazo, es decir, un periodo de crecimiento es seguido de otro de decrecimiento) (Véase figura 3).



**Fig. 3.** Fractal auto-afín: curvas fractales para:  $H=0.9$ , comportamiento persistente;  $H=0.5$ , comportamiento aleatorio; y  $H=0.1$ , comportamiento antipersistente.

Para series de tiempo el exponente de Hurst se relaciona con la dimensión fractal por la expresión  $D = 2 - H$ , donde  $D$  es la dimensión fractal.

## 5. Análisis y discusión de resultados

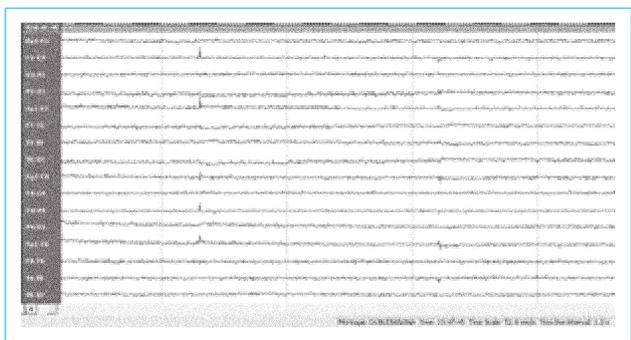
### 5.1. Definición del objeto de estudio

El objeto de estudio de esta investigación son los datos numéricos (series de tiempo) de los electroencefalogramas (EEG) de cinco pacientes no epilépticos pero con problemas neurológicos tales como dolor de cabeza, tensión nerviosa y depresión, y de tres pacientes con epilepsia. Cada dato representa el voltaje producto de la actividad neuronal, expresado en micro voltios por segundo ( $\mu\text{V/s}$ ). Dichos datos fueron proporcionados por el Médico Neurólogo y Neurofisiólogo Clínico Noel Isaías Plascencia Álvarez (Centro Médico Nacional 20 de Noviembre del ISSSTE).

#### Pacientes con trastorno neurológico

En este trabajo se entenderá como pacientes no epilépticos, pero que sufren trastornos neurológicos, personas que sufren de dolor de cabeza, depresión y tensión nerviosa.

Para obtener los EEG en pacientes no epilépticos se colocaron dieciséis electrodos (la actividad recogida por cada electrodo, llamada canal original, se representa por una señal compleja), teniéndose un total de 16 curvas (señales complejas) en cada EEG (figura 4). Los datos de los EEG fueron proporcionados en formato de texto; para realizar el análisis fractal fue necesario emigrar los datos a formato de Excel. Por cada curva en el EEG se generó una columna (canal) en Excel, y se obtuvieron un total 16 canales por 32,000 renglones (aproximadamente) por cada paciente no epiléptico. Finalmente, cada canal fue transformado en una serie de tiempo.



**Fig. 4.** Electroencefalograma con 16 canales de un paciente no epiléptico (eje vertical). Montaje DOBLEBANANA, escala de tiempo 52.9 mm/s, intervalo 1.0 s (eje horizontal)

De cada canal original, se determinaron las desviaciones estándar (fluctuaciones) para 100 horizontes de tiempo,  $n=2,3,4,\dots,100,101$ . Obteniéndose en total columnas por cada canal; por ejemplo, para  $n=2$  se obtuvo la desviación estándar de cada par de valores de la serie original, para  $n=3$  se determinó la desviación estándar para cada tres valores, así sucesivamente, hasta llegar a la desviación estándar de cada valores ( $n=101$ ). Estos canales fueron transformados en series de tiempo, entonces se generaron un total de 1,616 series de tiempo (16 series con datos originales y 1,600 con los datos de las fluctuaciones) por cada paciente; en total se construyeron 8,080 series de tiempo para los pacientes no epilépticos.

#### Pacientes epilépticos

Los pacientes epilépticos en este estudio fueron referidos a cirugía ya que presentan epilepsia del lóbulo temporal resistente a fármacos.

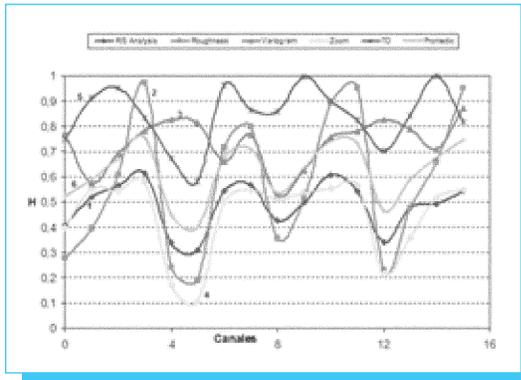
En este caso, se obtuvieron un total de series de tiempo de 450,000 datos cada una. Asimismo, para emigrarlos a Excel, se hicieron ventanas de  $2^{15}=32,768$  datos por cada canal, generándose entonces 417 series de tiempo para cada canal. Así, por cada paciente se tienen 435 series de tiempo (18 series con datos originales y 417 con las generadas por las ventanas de tamaño  $2^{15}=32,768$ ). En total se construyeron 1,035 series de tiempo para los pacientes epilépticos.

### 5.2. Análisis fractal

El análisis fractal consistió en determinar el exponente de Hurst para cada serie de tiempo estudiada. Para ello, se aplicaron cuatro métodos de trazado auto-afín (con la ayuda del programa Benoit 1.3) [20] Rango Reescalado (R/S), Rugosidad-Longitud (R-L), Variograma, y Ondoletas (Zoom y Datos Truncados); asimismo, se obtuvo el promedio de los cuatro métodos para cada horizonte de tiempo o ventana, respectivamente. Se utilizaron datos de pacientes con y sin epilepsia para saber que método puede ser usado para caracterizar cada caso. A continuación se muestran las gráficas de los valores de  $H$  por método y promedio para cada una de las señales estudiadas.

#### Pacientes con trastornos neurológicos

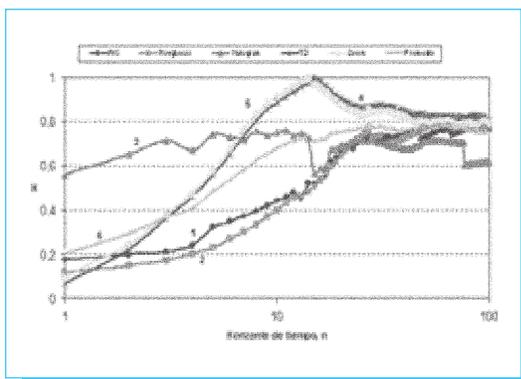
Se estudiaron los EEG de cinco pacientes no epilépticos. Para efectos de este trabajo, sólo se muestra la gráfica de los valores  $H$  para la señal original (sin tratamiento estadístico) de un paciente (figura 5). Los valores de  $H$  son distintos para cada método, por lo que es necesario determinar cuáles de ellos producen valores similares y que estén más próximos al



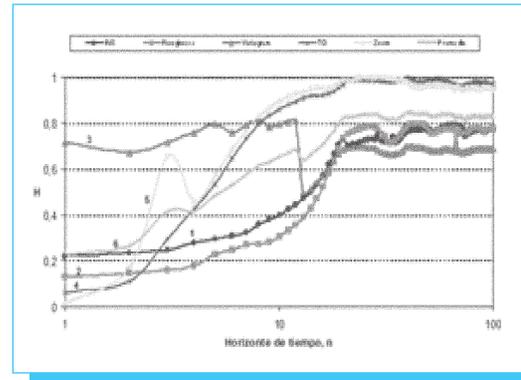
**Fig. 5.** Gráfica de los valores de Hurst para un paciente no epiléptico (señal original).

promedio. En este caso, el R/S (curva 1) y el Zoom-Ondoletas (curva 4) presentan valores consistentes. De igual forma, las curvas generadas con estos dos métodos tienen un comportamiento muy similar a la curva del promedio (6). Entonces, para este caso, los métodos elegidos para analizar señales complejas son el R/S y el Zoom-Ondoletas.

En las figuras 6-8 se presentan las curvas obtenidas de los valores de  $H$ , con respecto al horizonte de tiempo ( $n=2,3,4,\dots,100,101$ ). Cabe mencionar que cada valor de  $H$  representa una serie de tiempo de las desviaciones estándar; por lo que se tienen valores de  $H$  (series de tiempo de desviaciones estándar). Se obtuvieron valores similares de  $H$  con los métodos de Ondoletas: Datos Truncados (curva 4) y Zoom (curva 5); asimismo, se tienen valores de  $H$  parecidos con los métodos Variograma (curva 3) y Rugosidad-Longitud (curva 2). Para establecer qué par de métodos se usarían en el análisis de los EGG, se seleccionan los métodos cuyos valores



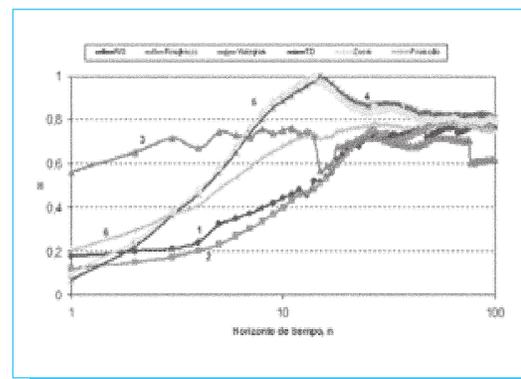
**Fig. 6.** Curvas de los valores de  $H$ , para diferentes horizontes de tiempo ( $n$ ), generadas a partir de 100 series de tiempo de desviaciones estándar. Canal 2.



**Fig. 7.** Curvas de los valores de  $H$ , para diferentes horizontes de tiempo ( $n$ ), generadas a partir de 100 series de tiempo de desviaciones estándar. Canal 13.

de  $H$  sean más próximos a los valores promedio de  $H$  (curva 6); sin embargo, las curvas resultantes de los dos pares de métodos están prácticamente a la misma distancia del promedio, por lo que el par de métodos a seleccionar dependerá de los métodos elegidos para el caso de pacientes epilépticos, ya que lo que interesa es comparar el comportamiento de los EGG de personas con padecimientos neurológicos y personas epilépticas.

En el caso de la señal generada a partir del método Variograma (curva 3) se tiene un comportamiento especial: a pesar de que los valores de  $H$  no son similares con ninguno de los valores generados por los otros tres, la curva presenta un comportamiento casi estacionario de  $n=2$  a  $n=11$ , con un salto entre  $n=12$  y  $n=15$ , para luego estacionalizarse a partir de  $n=20$ , por lo que el método Variograma merece ser considerado para analizar los EGG



**Fig. 8.** Curvas de los valores de  $H$ , para diferentes horizontes de tiempo ( $n$ ), generadas a partir de 100 series de tiempo de desviaciones estándar. Canal 18.

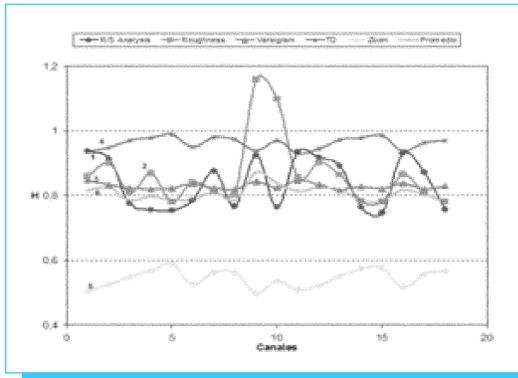


Fig. 9. Gráfica de los valores de Hurst para un paciente epiléptico (señal original).

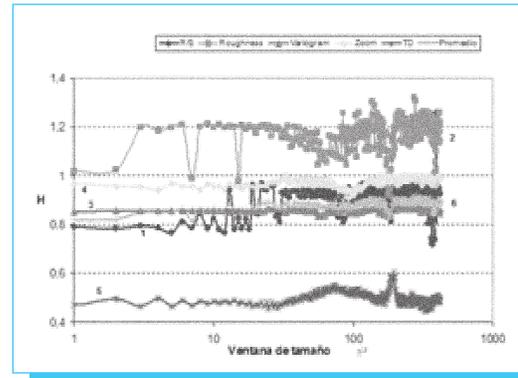


Fig. 11. Curvas de los valores de H, para diferentes ventanas de tamaño de  $2^{15}$ . Canal 3.

### Pacientes epilépticos

Se estudiaron los EEG de tres pacientes epilépticos. En la figura 9 se presentan los valores  $H$  para la señal original (sin tratamiento estadístico) de un paciente epiléptico. Como puede verse, los métodos que presentan valores consistentes son el R/S (curva 1) y el Variograma (curva 3); las curvas generadas con estos dos métodos tienen un comportamiento muy similar a la curva del promedio (6). Por lo tanto, para este caso, los métodos elegidos para analizar señales complejas de pacientes epilépticos son el R/S y el Variograma.

En las figuras 9-11 se presentan las curvas obtenidas de los valores de  $H$  con respecto a las ventanas de tamaño  $2^{15}=32,768$  (se muestran tres de las 18 gráficas). Cada valor de  $H$  representa una serie de tiempo generada a partir de cada ventana, por lo que se tienen 417 valores de  $H$  (417 series de tiempo).

En este caso, se obtuvieron valores similares de  $H$  con los métodos de Ondoletas-Zoom (curva 4), del Variograma (curva

3) y de Rugosidad-Longitud (curva 1). Como los dos últimos métodos fueron elegidos para analizar las señales complejas de pacientes epilépticos en la serie original, entonces, para este caso, los métodos elegidos son el R/S y el Variograma.

Es importante mencionar que la curva generada a partir del método del Variograma presenta un comportamiento estacionario a lo largo de todos los canales, excepto en el canal cinco (figura 11), en la cual la señal generada muestra estacionalidad de  $n=1$  a  $n=12$  ( $H \approx 0.8$ ), pero en  $n=13$  ( $H=0.45$ ) tiene un salto para estacionalizarse hasta  $n=44$  ( $H=0.47$ ), a partir de  $n=45$  ( $H=0.81$ ) regresa a estacionalizarse en ese rango de valores. Ninguna de las otras señales muestra un comportamiento similar.

### 6. Conclusiones

En el presente trabajo la epilepsia fue considerada como un sistema biológico complejo, por lo que se aplicó la geometría

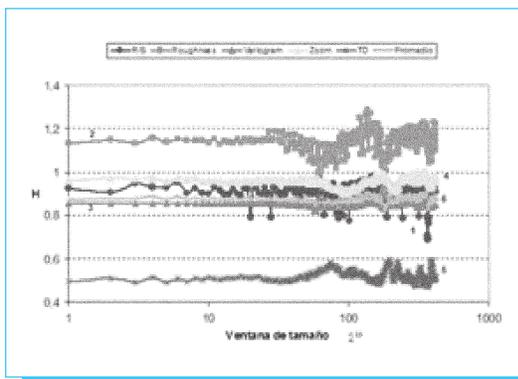


Fig. 10. Curvas de los valores de H, para diferentes ventanas de tamaño  $2^{15}$ . Canal 1.

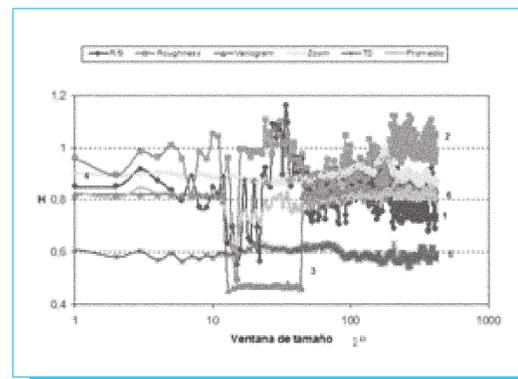


Fig. 12. Curvas de los valores de H, para diferentes ventanas de tamaño  $2^{15}$ . Canal 6.

fractal para analizar las fluctuaciones de las señales eléctricas observadas en electroencefalogramas (EEG) de pacientes epilépticos y no epilépticos (con trastornos neurológicos), concluyéndose que:

1. Se analizaron EEG de pacientes epilépticos y no epilépticos (con depresión, tensión nerviosa y dolores de cabeza) para determinar la existencia de patrones emergentes similares en la epilepsia y en otros trastornos neurológicos.
2. De los cuatro métodos de trazado auto-afín empleados (Rango Reescalado, Rugosidad-Longitud, Variograma, y Ondoletas), los más consistentes para analizar y caracterizar EEG de pacientes con trastornos neurológicos y pacientes epilépticos son el Rango-Reescalado y el Variograma, ya que con ambos métodos se obtienen valores del exponente de Hurst ( $H$ ) muy similares entre ellos y entre el promedio de los cuatro métodos aplicados.
3. En los pacientes con problemas neurológicos se observa que las curvas generadas por el método variograma tienen una caída abrupta entre  $n=11$  y  $n=14$  ( $H=$  ), para inmediatamente después ascender progresivamente hasta tener un comportamiento constante a partir de  $n=19$  ( $H=0.673 \pm 0.02$ ). Por otra parte, este comportamiento también es observado, solamente, en el canal 6 de los pacientes epilépticos.
4. Como se puede ver en la figura 11 (canal 6), la curva generada con el método del Variograma (curva 3) presenta un comportamiento estacionario de  $n=2$  a  $n=12$  ( $H=0.80$ ); después de este punto presenta un salto repentino en  $n=13$  ( $H=0.45$ ) manteniéndose en ese valor hasta  $n=44$  ( $H=0.47$ ); y de  $n=45$  nuevamente tiene un comportamiento constante ( $H=0.80$ ) hasta  $n=101$ . De aquí puede concluirse que, aparentemente, existe un comportamiento similar entre las curvas generadas por dicho método en ambos casos analizados.
5. El comportamiento en la curva generada con el Variograma indica que las fluctuaciones del canal 6 presentan una transición abrupta de un estado persistente (correlaciones positivas) a otro antipersistente (correlaciones negativas, pero casi aleatorio), para después transitar, igual de forma abrupta, de un estado antipersistente a otro persistente. Esta variación en el comportamiento de dichas curvas se debe al cambio repentino en la actividad cerebral, lo cual refuerza la idea de que en este canal puede localizarse el foco epiléptico.
6. Con base a los puntos 2 y 3, se puede decir que las fluctuaciones de las descargas eléctricas entre las neuronas que causan la epilepsia presentan un comportamiento multifractal por tener, al menos, tres valores diferentes de  $H$  (0.80, 0.45 y, nuevamente de 0.80)
7. La transición de un estado persistente a otro antipersistente, y viceversa, se ha observado en una amplia gama de sistemas complejos, tales como avalanchas de pilas de arena en estado crítico auto-organizado, turbulencia de muchos fluidos y volatilidad de precios del petróleo crudo.
8. Finalmente, con este hallazgo se puede establecer la idea de realizar predicciones (estadísticas) sobre los cambios de señales eléctricas entre las neuronas a diferentes escalas, a fin de establecer, de forma más precisa, en dónde se generan las convulsiones (foco epiléptico) y qué etapa de la crisis convulsiva está ocurriendo.

#### Agradecimientos

Los autores agradecen al Instituto Politécnico Nacional por el apoyo otorgado para la elaboración del presente trabajo, a través del Proyecto de Investigación SIP-20090544 y al Médico Neurólogo y Neurofisiólogo Clínico Noel Isaías Plascencia Álvarez (Centro Médico Nacional 20) por los datos proporcionados para este análisis.

#### 7. Referencias

- [1] Contreras, T. I. , Morales, O., Balankin, A., & Sandoval, R. J. Epilepsy as a dynamic system. Memorias del 4º Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas. Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica. Instituto Politécnico Nacional. 2006.
- [2] Contreras, T. I. , Morales, O., Tejeida R. Epilepsy as a Dynamic Complex System. The 50 th Anniversary Meeting of the International Society for the Systems Sciences. Sonoma State University Rohnert Park, CA, USA. 2006. Rocha, A.L, Feria-Velasco, A., Orozco, S., Beas, C. Ramos
- [3] Loyo J., Sanz-Martín, A., Cuéllar, M., &Velasco, M. Epilepsia: como conocerla más para tratarla mejor. Ciencia Revista de la Academia Mexicana de Ciencias, 3, 2005 pp. 4-47. Espinoza, E. & Sandoval, S, Epilepsia. Revista del
- [4] Consumidor, agosto 2005, pp. 70-74. Contreras, T.I. Análisis Fractal de un
- [5] Sistema complejo: Epilepsia. Tesis de Maestría. Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica. Instituto Politécnico Nacional. 2007. Alonso-Venegas MA., Brust-Mascher E., Rubio
- [6] Donnadieu F. Cirugía de Epilepsia. Libro 3 Pac Neuro-1. Academia Mexicana de Neurología, AC. Intersistemas, S.A. de C.V, 1999, 70-82.

- [7] Morillo L.E. Análisis visual del electroencefalograma. 7 Guía Neurológica. Capítulo 17. pág.143-163.
- [8] Ying-Cheng L., et al. Correlation-dimension and autocorrelation fluctuations in epileptic seizure dynamics. Physical Review E, Volume 65, 031921 2002. The American Physical Society.
- [9] Torres N.V. Caos en Sistemas Biológicos. Departamento de Bioquímica y Biología Molecular. Facultad de Biología. Universidad de La Laguna 38206. La Laguna, Tenerife, Islas Canarias.España. <http://webpages.ull.es/users/imarrero/sctm04/modulo2/8/ntorres.pdf>
- [10] Andreu C., de Echave J., Buela-Casal G. Actividad electroencefalográfica según la teoría del caos, Ministerio de Educación y Cultura (Zaragoza), Universidad de Granada. Psicothema, 1998. Vol. 10, nº 2, pp. 319-331. ISSN 0214 - 9915.
- [11] Jing Z. L., Lu D. Z., and Guang H. Y. Fractal Dimension in Human Cerebellum Measured by Magnetic Resonance Imaging. Biophysical Journal Volume 85 December 2003 4041-4046 4041.
- [12] Thompson, P.M., Schwartz, R.T. Lin, A. & Toga, A.W. Three-dimensional statistical analysis of sulcal variability in the human brain. J. Neurosci. 16:4261-4274. 1996.
- [13] Esteller, R., et al. Epilepsy. The American Physical Society 1063651X, 2002, pp. 5.
- [14] Sackellares J. C., et al. Epilepsy - when chaos fails. Chaos in the brain? eds. k. Lehnertz & C.E. Elger, world scientific, Singapore, in press.
- [15] Gutiérrez J. Detección del foco epiléptico y su ruta de propagación. Instituto Nacional de Neurología y Neurocirugía. Memorias II Congreso Latinoamericano de Ingeniería Biomédica, Habana 2001. La Habana, Cuba.
- [16] Balankin A. Fractal behavior of Complex Systems. Mecánica Fractal, Científica 3, 2003, pp. 109-125.
- [17] A-L Barabási & H.E. Stanley. Fractal concepts in surface growth. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [18] Morales O. Modelos mecánicos de la dinámica fractal del mercado petrolero. Tesis de doctorado, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica. Instituto Politécnico Nacional. 2004.
- [19] González V., Guerrero C. Fractales: Fundamentos y aplicaciones, Parte I. Ingenierías. Enero-Marzo 2001. Vol. IV. No. 10 Pág.53-59.
- [20] Benoit Software, Scion Corporation (<http://www.scioncorp.com>)

# Redalyc

Red de revistas científicas de  
América Latina, el Caribe,  
España y Portugal

[www.redalyc.uaemex.mx](http://www.redalyc.uaemex.mx)