

Influencia del arreglo de tubos sobre las características de una superficie extendida de tubos con aletas cónicas

Ignacio Carvajal-Mariscal¹

Florencio Sánchez-Silva¹

Juan Antonio Cruz-Maya²

René Tolentino-Eslava¹

¹Instituto Politécnico Nacional. Laboratorio de Ingeniería Térmica e Hidráulica Aplicada de la SEPI ESIME Zacatenco. Av. IPN s/n, Edif. 5, 3^{er} piso, CP. 07738 México, DF. MÉXICO.

²Instituto Mexicano del Petróleo. Eje Central Lázaro Cárdenas 152, Col. San Bartolo Atepehuacan, 07730, México DF. MÉXICO.

correo electrónico: icarvajal@ipn.mx

Recibido el 11 de mayo de 2007; aceptado el 10 de enero de 2008.

1. Resumen

En este trabajo se presentan los resultados experimentales de la transferencia de calor y la caída de presión en una superficie extendida compuesta de tubos con aletas cónicas. Se investigaron dos arreglos, en triángulo equilátero y en triángulo isósceles, compuestos de 9 tubos con aletas cónicas en 45° respecto del eje axial. La superficie se instaló en un túnel de viento y para determinar el coeficiente de convección externo se midió la temperatura del aire, antes y después de la misma, usando dos termopares tipo *K*. El calor a disipar fue proporcionado por un flujo de $23.34 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ de agua a 80 °C, mientras que el intervalo de velocidades adimensionales del aire fue de $Re = 3.4 \times 10^3$ a $Re = 18.4 \times 10^3$. Para obtener la caída de presión Δp , se midió la presión estática antes y después de la superficie extendida. Se obtuvo el coeficiente de convección h_1 y las correlaciones empíricas para el cálculo de la transferencia de calor, del tipo $Nu = C Re^n$ y del tipo $Eu = B Re^m$ para calcular la caída de presión provocada por la superficie extendida. El análisis de resultados mostró que el arreglo en triángulo isósceles tiene una caída de presión mayor hasta un 25% que la presentada

por el arreglo en triángulo equilátero, para un mismo valor del coeficiente de convección externo.

Palabras clave: superficies extendidas, transferencia de calor, caída de presión, tubos aletados, aletas cónicas.

2. Abstract (Tube Array Influence on the Characteristics of an Extended Surface of Finned Pipes with Conical Fins)

The heat transfer and pressure drop experimental results obtained in an extended surface composed of pipes with conical fins are presented in this paper. Two geometrical arrays were studied; equilateral and isosceles triangle arrays both composed of nine finned pipes with conical fins of 45° respect the longitudinal axis. The finned surface was installed into a wind tunnel. In order to determine the external convection coefficient the air temperature was measured before and after the finned surface, using thermocouples *K* type. The thermal energy to dissipate was provided by a water flow rate of $23.34 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ with a temperature of 80 °C, the range of the dimensionless velocity tested was $Re = [3.4 \times 10^3, 18.4 \times 10^3]$. The static pressure was measured before and after the extended surface, so we can obtain the pressure drop Δp . The convection coefficient h_1 was obtained, and the empirical correlations type $Nu = C Re^n$ were used for the heat transfer calculus and correlations type $Eu = B Re^m$ were also used for the pressure drop produced by the finned surface. The experimental results analysis showed that the isosceles triangle array produces a higher pressure drop, up to 25% higher than the one produced by the equilateral triangle array, for the same value of the external convection coefficient.

Key words: fins, heat transfer, pressure drop, finned pipes, conical fins.

3. Introducción

En vista de la constante escasez de agua y debido a un sentido creciente de los problemas ambientales, en las industrias se instalan en la actualidad sistemas de enfriamiento, evitando con mayor frecuencia el uso del agua como refrigerante. El resultado final es una mayor demanda de intercambiadores de calor de alta eficiencia diseñados para manejar específicamente y transferir calor a grandes cantidades de aire.

Los intercambiadores de calor enfriados por aire se utilizan en industrias tales como refinerías, industrias químicas para enfriar productos y también como condensadores de vapor proveniente de una turbina [1]. Los intercambiadores de calor enfriados por aire consisten de una o más filas horizontales de tubos constituyendo una sección a través de la cual el aire es forzado hacia arriba por un ventilador.

Uno de los problemas de usar el aire como agente de enfriamiento es que tiene una baja capacidad calorífica y esto tiende a un bajo coeficiente externo de transferencia de calor por convección [2]. La consecuencia de la baja capacidad calorífica del aire, es que se necesita una superficie con un área grande que este en contacto con este para poder disipar el calor, esto se ve reflejado en el tamaño del intercambiador de calor. A menudo, la mejor forma de proporcionar esta área sin aumentar el tamaño global del intercambiador de calor excesivamente, es usar bancos de tubos aletados (superficies extendidas), cuya metodología de cálculo es conocida y se encuentra en [3].

Una de las opciones para incrementar la capacidad de disipación de calor en los intercambiadores enfriados por aire es intensificar la transferencia de calor, es decir aumentar los valores del coeficiente de convección. Para lograr esto, es necesario destruir o romper la capa límite en la aleta, perturbando el flujo en toda la superficie y creando así una corriente turbulenta con generación de macrovórtices. Para lograr estas condiciones es necesario buscar nuevos perfiles de aletas, tal como han investigado varios autores [4, 5, 6]. Entre los trabajos sobre este tema se destaca [7] donde se propone la modificación del perfil de la aleta al doblar parcialmente sus extremos creando con esto un canal de tipo convergente. De acuerdo con este trabajo la intensificación de la transferencia de calor para bancos de tubos con arreglo en triángulo puede alcanzar hasta 47%.

Otra de las propuestas es la de inclinar en cierto ángulo las aletas anulares de tal manera que se formen conos, lo que conduce también a la intensificación de la transferencia de calor [8, 9]. En el trabajo [10] este perfil cónico de las aletas se propone para incrementar la eficiencia térmica de los intercambiadores de calor enfriados por aire. Sin embargo, en ese trabajo solo se examinó el caso de una superficie compuesta de una fila de tubos en forma de serpentin, por lo que no quedó claro como influye el arreglo de tubos sobre la transferencia de calor y la caída de presión de este tipo de superficies extendidas.

En este trabajo se presentan los resultados experimentales de la transferencia de calor y la caída de presión en una superficie extendida compuesta de dos filas de tubos con aletas cónicas en un ángulo de 45° respecto del eje axial para dos tipos de arreglos entre tubos: en triángulo equilátero y en triángulo isósceles.

4. Desarrollo

4.1. Equipo experimental

Para el desarrollo de las pruebas experimentales se utilizó un túnel de viento que cuenta con un motor de corriente directa de 15 HP a 3000 rpm, que acciona un ventilador centrífugo para proporcionar aire a la zona de pruebas a través de un acoplamiento con dos tubos Vénturi (uno de 0.058 m y otro de 0.115 m de diámetro de garganta) para la medición del flujo volumétrico del aire. Para las pruebas reportadas en este trabajo se utilizó solo el tubo Venturi de 0.115 m de diámetro de garganta.

La sección de pruebas se encuentra al final de una cámara de acero inoxidable de 1.78 m de diámetro y 2.70 m de longitud que en su interior tiene una placa perforada que ayuda a uniformizar el flujo de aire. Para las pruebas que se realizaron se tuvo que añadir una sección más al túnel de viento para obtener las condiciones necesarias para realizar los estudios de transferencia de calor y caída de presión.

El estudio se realizó para una superficie extendida que consta de dos pasos con un total de 9 tubos con aletas cónicas a 45° con respecto a su eje axial. Cinco tubos son para el primer paso y 4 tubos para el segundo paso con dos tipos de arreglos que son muy típicos en las superficies extendidas, uno es el arreglo en triángulo equilátero y el otro es el arreglo en triángulo isósceles. La disposición de los tubos y las dimensiones de los pasos para cada arreglo se muestran en las figuras 1 y 2.

Como se observa en las figuras 1 y 2, en la segunda fila, que corresponde al segundo paso de la superficie extendida, se encuentra un medio tubo en las paredes laterales de la zona de pruebas. Este medio tubo es de acrílico y tiene la función de simular un quinto tubo, de tal manera que el aire que circula cerca de la pared interactúe con los tubos de la segunda fila y no fluya libremente. Esto se hace para no modificar la dinámica del flujo en los límites del arreglo de tubos.

Como las pruebas se van a realizar para los dos tipos de arreglos antes mencionados, se debe tener una distribución uniforme del flujo de agua dentro de los tubos aletados, por lo que es necesario que el área interna del cabezal sea mayor que la sumatoria de las áreas internas de los tubos aletados [11]. Después de realizar los cálculos pertinentes se eligió un tubo de 3 pulgadas de diámetro cedula 40 para hacer los cabezales de entrada, retorno y salida. Los cabezales están unidos a la superficie extendida por medio de mangueras resistentes a altas temperaturas. Las mangueras se requieren debido a que al variar los pasos entre tubos para cada arreglo, es necesario mover también los cabezales y al tener uniones flexibles se facilita esta operación.

Los tubos aletados fueron torneados de una barra de aluminio con lo que se logró eliminar la resistencia térmica por contacto

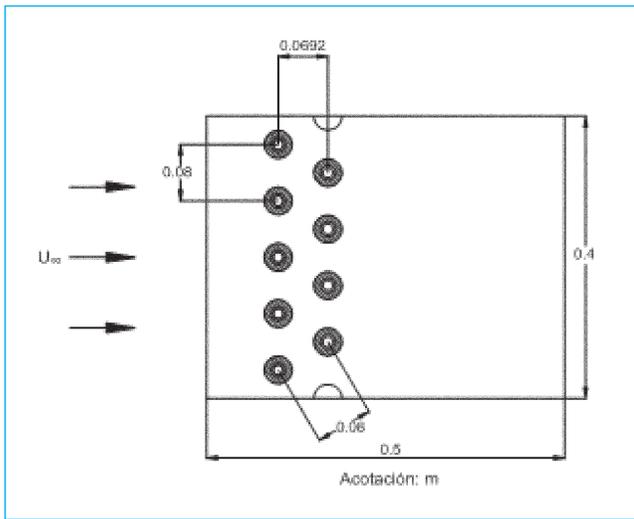


Fig. 1. Vista superior de la zona de pruebas con el arreglo de tubos en triángulo equilátero.

entre las aletas y el tubo. Cada tubo tiene 30 aletas cónicas en un ángulo de 45° con respecto al eje axial del tubo. Las características geométricas de las aletas son: altura interior de la aleta $H_{al-int} = 0.008$ m, altura exterior de la aleta $H_{al-ext} = 0.015$ m, espesor de la aleta $e = 0.0015$ m. El tubo tiene un diámetro exterior $d_{ext} = 0.022$ m, un diámetro interior $d_{int} = 0.015$ m y una longitud de 0.2 m. El área de la superficie externa de intercambio de calor de un solo tubo es aproximadamente de $A_t = 0.07$ m². En la figura 3 se muestra la zona de pruebas ensamblada con la superficie extendida, los cabezales y las mangueras.

El circuito hidráulico está compuesto por un sistema de circulación de agua que consiste en una bomba centrífuga de

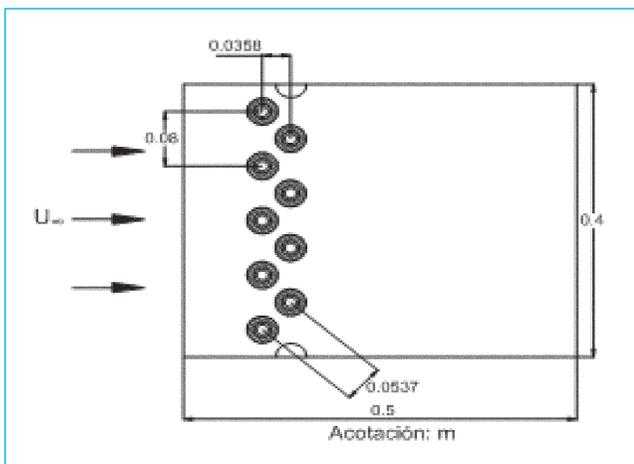


Fig. 2. Vista superior de la zona de pruebas con el arreglo de tubos en triángulo isósceles.

$\frac{1}{2}$ HP, conectada a un sistema de tuberías y válvulas para regular el flujo de agua que entra a la superficie extendida. Para calentar el agua, se cuenta con un conjunto de resistencias eléctricas de 13 kW en la parte inferior de la caldera, que eleva la temperatura del fluido hasta 90°C . La caldera es un cilindro de 0.90 m de diámetro y 2 m de altura que en el interior está dividida en dos secciones: una de calentamiento de agua y la otra de suministro. El sistema hidráulico cuenta con un rotámetro vertical para la medición del gasto volumétrico del agua en un intervalo de 2 a 20 litros. Las pruebas experimentales se llevaron a cabo para un gasto volumétrico de 14 lpm (23.34×10^{-5} m³/s) de agua caliente a 80°C .

Se instalaron cuatro termopares tipo *K* ($\pm 0.1^\circ\text{C}$ de precisión) para medir la temperatura del aire y del agua a la entrada y a la salida de cada fluido de la superficie de intercambio de calor. De esta manera se pudo medir la diferencia de temperaturas ΔT de cada flujo. Los termopares se conectaron a un sistema de adquisición de datos con respaldo del paquete Scan Link 2.0 que muestra los valores de la temperatura en un intervalo de 4 segundos para cada termopar.

En las pruebas experimentales para poder calcular la velocidad del flujo se utilizaron 2 tubos Pitot de 300 mm de largo y 4 mm de diámetro de la marca *Airflow* conectados a un manómetro inclinado tipo 4 de la marca *Airflow*. Este instrumento cuenta con varios intervalos de medición dependiendo de su posición, en la inclinación mas baja mide de 0 a 0.5 kPa, en la inclinación media mide de 0 a 1 kPa y completamente vertical de 0 a 5 kPa. Para determinar la caída de presión producida por la superficie extendida se midió la presión estática usando un manómetro inclinado tipo 4 de la marca *Airflow* y por medio de tomas de presión estática perforadas en las cuatro paredes del túnel de viento, antes y después de la superficie.

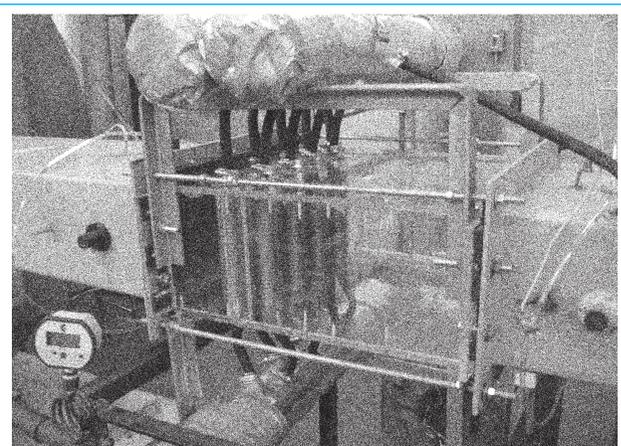


Fig. 3. Zona de pruebas ensamblada con todos sus elementos.

4.2 Resultados experimentales

Los resultados experimentales se presentan en forma de los números adimensionales de Nu , Eu y Re cuyas expresiones usadas en este trabajo son las siguientes:

$$Nu = \frac{h \times d}{k} \quad (1)$$

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho \times u^2} \quad (2)$$

$$Re = \frac{u \times d}{\nu} \quad (3)$$

En estas expresiones se tomó como la longitud característica el diámetro externo del tubo aletado d . Las propiedades físicas de los fluidos de trabajo (agua caliente y aire) se tomaron con relación a la temperatura media de los mismos en los límites de la superficie de intercambio de calor. El cálculo de Nu se realizó para la condición de flujo de calor constante. Eu se calculó considerando la variación de la densidad del aire. El intervalo de velocidades adimensionales del flujo estudiado es de $Re = 3.4 \times 10^3$ a $Re = 18.4 \times 10^3$, que son las velocidades representativas de operación de una gran variedad de intercambiadores de calor enfriados por aire.

Se realizaron cinco pruebas de cada régimen de velocidad para comprobar la variación de los resultados obtenidos, la franja de desviación de los datos experimentales fue de $\pm 2\%$. El error en la medición de los diferentes parámetros se estimó usando las recomendaciones de [12] y no superó en todos los casos el 4%.

5. Análisis de resultados

5.1. Transferencia de calor

En la figura 4 se muestra la relación entre la transferencia de calor y la velocidad del flujo adimensionales, obtenida a partir de los datos experimentales para la superficie de intercambio de calor de tubos con aletas cónicas con arreglo en triángulo equilátero.

Para comparación se presentan también en la figura 8 los resultados teóricos sobre la transferencia de calor promedio calculados para una superficie de área equivalente de tubos con aletas anulares convencionales usando la metodología reportada en [3]. En los cálculos teóricos tanto los parámetros geométricos de los tubos con aletas anulares como las condiciones a las que estuvieron expuestos fueron las mismas que para los tubos con aletas cónicas y el experimento realizado. La única diferencia es que en un caso las aletas son anulares y en el otro son cónicas en un ángulo de 45° .

En la gráfica de la figura 4 se observa que el comportamiento de la transferencia de calor corresponde a los resultados esperados, es decir, a medida que aumenta la velocidad aumenta también el

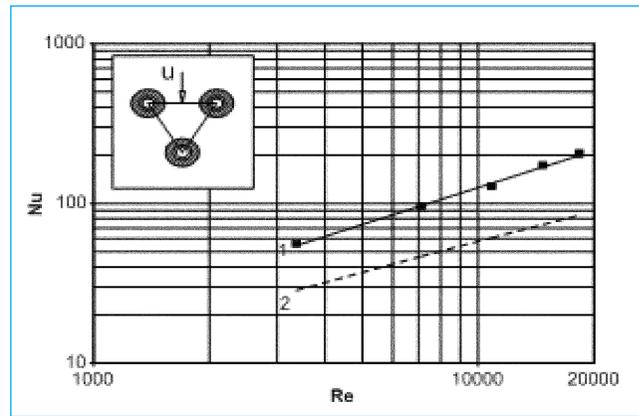


Fig. 4. Comportamiento de la transferencia de calor respecto de la velocidad del flujo para el arreglo en triángulo equilátero: 1) datos experimentales, 2) datos teóricos calculados usando la metodología de [3].

coeficiente de convección. También se observa que para este arreglo los resultados para las aletas cónicas a un $Re = 3.4 \times 10^3$ tienen un incremento del 48%, mientras que para $Re = 18.4 \times 10^3$, este incremento en la transferencia de calor es de 58% en comparación con los resultados calculados para las aletas anulares. En la figura 5 se presenta la gráfica del comportamiento térmico de la superficie extendida de tubos con aletas cónicas para el arreglo en triángulo isósceles. También para comparación se muestran los resultados teóricos sobre la transferencia de calor promedio calculados para una superficie de área equivalente de tubos con aletas anulares convencionales usando la metodología reportada en [3].

Se puede apreciar en la figura 5 que para un $Re = 3.4 \times 10^3$ se obtuvo un incremento en la transferencia de calor del 38% para las aletas cónicas en comparación con las aletas anulares. Mientras que para un $Re = 18.4 \times 10^3$, el incremento fue de un 52%.

En la figura 6 se presenta la gráfica donde se comparan los comportamientos térmicos de los arreglos en triángulo equilátero y en triángulo isósceles. Como se ve en la gráfica de la figura 6 el coeficiente adimensional de transferencia de calor para el arreglo en triángulo isósceles en el intervalo de $Re = 3 \times 10^3$ a $Re = 4 \times 10^3$ es 9% menor respecto al presentado por el arreglo en triángulo equilátero.

Conforme aumenta el número de Reynolds los valores del coeficiente adimensional para ambos arreglos se aproximan hasta que para un $Re = 14.7 \times 10^3$ son iguales. A partir de este punto en adelante el arreglo en triángulo isósceles presenta un mejor comportamiento en la transferencia de calor que el arreglo en triángulo equilátero. Es decir que la influencia del arreglo entre tubos sobre las características térmicas de la superficie extendida de tubos con aletas cónicas es mínima.

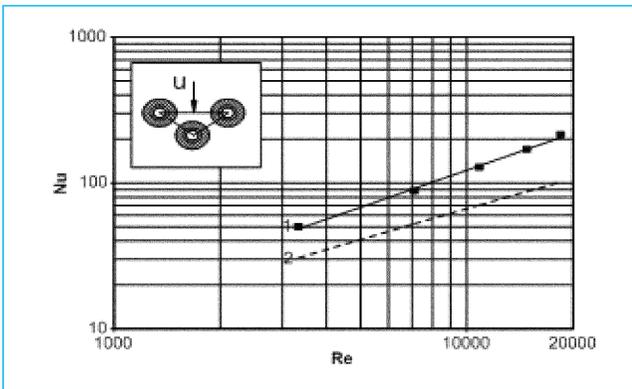


Fig. 5. Comportamiento de la transferencia de calor respecto de la velocidad del flujo para el arreglo en triángulo isósceles: 1) datos experimentales, 2) datos teóricos calculados usando la metodología de [3].

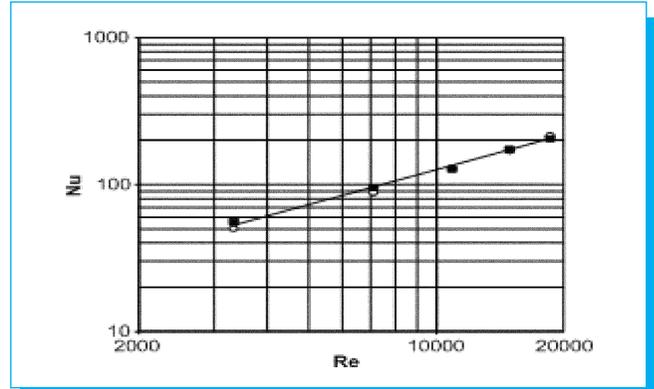


Fig. 6. Aproximación de los datos experimentales de la transferencia de calor respecto de la velocidad del flujo para los arreglos en triángulo equilátero (cuadros negros) y en triángulo isósceles (círculos blancos).

Por lo tanto, en el intervalo estudiado del número de Reynolds ($Re = 3.4 \times 10^3$ a $Re = 18.4 \times 10^3$), para ambos arreglos, los valores están muy próximos lo que hace posible agruparlos en una sola línea de aproximación (figura 6). La correlación empírica para el cálculo de la transferencia de calor para los arreglos en triángulo equilátero y en triángulo isósceles resulta:

$$Nu = 0.0745 Re^{0.8} \quad (4)$$

5.2. Caída de presión

En la figura 7 se observa que el comportamiento de la caída de presión adimensional corresponde a los resultados esperados, es decir, a medida que aumenta la velocidad del flujo adimensional se tiene una mayor caída de presión. Se puede apreciar que el arreglo en triángulo isósceles presenta una mayor caída de presión que el arreglo en triángulo equilátero en un 17% en el primer punto y en los demás se mantiene en un 25% mayor. El valor obtenido en el primer punto es debido a que la presión medida es muy pequeña y la sensibilidad del instrumento no permitió obtener correctamente esta lectura.

Por lo tanto, fue posible no considerar ese primer punto al obtener la correlación para el cálculo de la caída de presión para los arreglos en triángulo equilátero y en triángulo isósceles en el intervalo de $Re = 3.4 \times 10^3$ a $Re = 18.4 \times 10^3$, la cual resulta:

$$Eu = 2.505 Re^{-0.152} \quad (5)$$

5.3. Eficiencia de la superficie

En la figura 8 se muestra la gráfica de la eficiencia de la superficie de intercambio de calor con aletas cónicas, la cual como se sabe, se puede determinar a partir del análisis conjunto de la

transferencia de calor (coeficiente de convección externo h_1) contra la caída de presión p provocada por la superficie.

En esta figura se ve que es más eficiente el arreglo en triángulo equilátero ya que para un mismo coeficiente de convección $h = 220 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$, la caída de presión es menor en un 25% en comparación con el arreglo en triángulo isósceles. Al igual que, si se tomara por ejemplo una caída de presión de 75 Pa el coeficiente de convección en el arreglo en triángulo equilátero sería mayor un 17% que en el arreglo en triángulo isósceles. Esto se ve reflejado en que en el arreglo en triángulo isósceles se tendrá un mayor consumo de energía de los ventiladores para el caso de un mismo coeficiente de convección. Y para el caso de tener una misma caída de presión se tendrá una mayor transferencia de calor en el arreglo en triángulo equilátero. Por

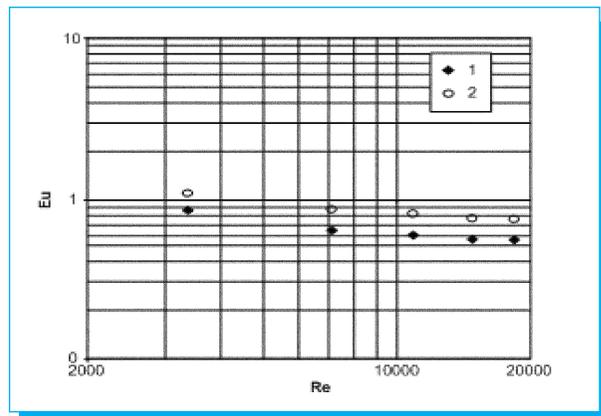


Fig. 7. Comportamiento de la caída de presión respecto de la velocidad del flujo para los arreglos en triángulo equilátero (cuadros negros) y en triángulo isósceles (círculos blancos).

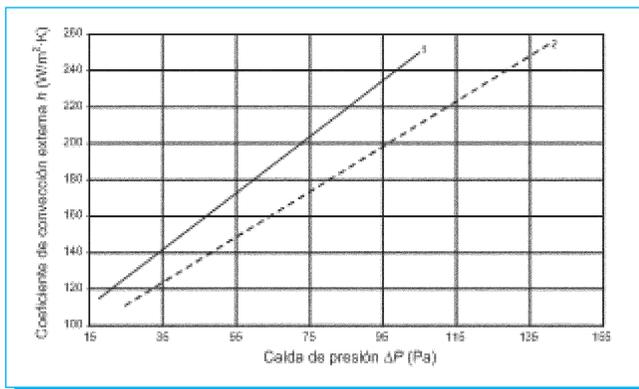


Fig. 8. Comportamiento de la transferencia de calor respecto de la caída de presión de la superficie extendida de tubos con aletas cónicas en un ángulo de 45°: 1) arreglo en triángulo equilátero, 2) arreglo en triángulo isósceles.

lo tanto, es mejor emplear el arreglo en triángulo equilátero, en lugar del arreglo en triángulo isósceles, en la superficie extendida de tubos con aletas cónicas.

6. Conclusiones

En el intervalo de $Re = 3.4 \times 10^3$ a $Re = 18.4 \times 10^3$, se caracterizó experimentalmente una superficie extendida de tubos con aletas cónicas con dos arreglos de tubos: en triángulo equilátero y en triángulo isósceles. Del análisis de resultados se llegó a las siguientes conclusiones:

Los resultados experimentales del comportamiento térmico de la superficie extendida de tubos con aletas cónicas, para el caso del arreglo en triángulo equilátero, mostraron un incremento desde 48% hasta 58% en la transferencia de calor, en comparación con los resultados teóricos de la superficie extendida de tubos con aletas anulares.

En el caso del arreglo en triángulo isósceles al comparar los resultados experimentales con los teóricos se encontró un incremento en la transferencia de calor que va desde 38% hasta 52%, a favor de la superficie extendida con aletas cónicas respecto de la superficie con aletas anulares.

La influencia del arreglo entre tubos sobre las características térmicas de la superficie de tubos con aletas cónicas es mínima, para los arreglos en triángulo equilátero y en triángulo isósceles, los valores están muy próximos lo que hizo posible agruparlos en una línea y obtener una sola correlación de cálculo de la transferencia de calor.

Los datos experimentales muestran que la superficie extendida con arreglo en triángulo isósceles presenta una caída de presión mayor en un 25% que la mostrada por la superficie con arreglo

en triángulo equilátero. Esto se debe a que el paso longitudinal se reduce disminuyendo el área libre para el paso del flujo.

El arreglo en triángulo isósceles presentó una mayor caída de presión para un mismo valor del coeficiente de convección. Por otra parte, para una misma caída de presión el arreglo en triángulo equilátero disipa una mayor cantidad de calor.

De la comparación de los resultados experimentales con los resultados teóricos se concluye que la superficie de tubos con aletas cónicas puede aplicarse en los intercambiadores enfriados por aire ya que presenta un mejor comportamiento térmico que la superficie con aletas anulares. Se recomienda el arreglo en triángulo equilátero ya que presenta una menor caída de presión, es decir, la energía consumida por los ventiladores es menor que la consumida para el arreglo en triángulo isósceles.

7. Referencias

- [1] Kraus A. D., Aziz A. y J. Welty, *Extended Surface Heat Transfer*, John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- [2] Rohsenow W. M., Hartnett J. P., Y. I. Cho, *Hand Book of Heat Transfer*, MacGraw-Hill Companies, Inc., 1998.
- [3] Pysmennyy Ye., Polupan G., Carvajal Mariscal I., Sánchez Silva F., *Manual para el cálculo de intercambiadores de calor y bancos de tubos aletados*, Ed. Reverté, 2007.
- [4] Gentry M., Jacobi A., «Heat transfer enhancement by delta-wing-generated tip vortices in flat-plate and developing channel flows», *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 124, pp 1158-1168, 2002.
- [5] Torri K., Kwak K., Nishino K., «Heat transfer enhancement accompanying pressure-loss reduction with winglet-type vortex generators for fin-tube heat exchangers», *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, pp 3795-3801, 2002.
- [6] O'Brien J., Sohal M., «Heat transfer enhancement for finned-tube heat exchangers with winglets», *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 127, pp 171-178, 2005.
- [7] Pysmennyy Ye., Terekh A., Polupan G., Sánchez Silva F., «Thermoaerodynamic efficiency of heat exchangers created as tube banks with converging bent fins», *International Symposium on Compact Heat Exchangers*, Edizioni ETS Pisa, pp 323-326, 2002.
- [8] Carvajal Mariscal I., Sánchez Silva F., P. Quinto Diez, «Flow dynamics between the inclined fins of a finned tube», *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 22, pp 519-524, 2001.
- [9] Carvajal Mariscal I., Sánchez Silva F., Toledo Velazquez M., Pronin V.A., «Experimental Study on the Local Convective Coefficient Distribution on a Pipe Surface with Inclined Fins», *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 25, pp 293-299, 2001.
- [10] Carvajal Mariscal I., Sánchez Silva F., Quinto Diez P., Tolentino Eslava G., «Nuevo perfil de aletas para intercambiadores de calor enfriados por aire», *Revista Internacional Información Tecnológica*, Vol. 14, pp. 67-72, 2003.
- [11] *Standard Methods of Hydraulic Design for Power Boilers*, Edited by Lokshin V.A., Peterson D.F., Schwarz A.L., Hemisphere Publishing Corporation, 1988.
- [12] Taylor J.R., *An Introduction to Error Analysis*, University Science Books, 1997.