

Aplicación y análisis comparativo de los criterios de diseño mecánico por resistencia a esfuerzos, rigidez y modos de vibración

T. M. Reydezel¹
G. Urriolagoitia-C.²
T. T. David³

¹Laboratorio de Mecatrónica, CICATA-IPN.
Querétaro, Qro., CP 76040.

²Departamento de Ingeniería Mecánica, SEPI-ESIME-IPN.
CP 07300, México, DF.

³Departamento de Materiales, CINVESTAV-IPN.
Querétaro, Qro., CP 76000.
MÉXICO.

correo electrónico: ¹retorres@ipn.mx,
²urrio332@hotmail.com,
³dtorres@qro.cinvestav.mx

Recibido el 6 de mayo de 2006; aceptado el 18 de octubre de 2006.

1. Resumen

Éste es un reporte y análisis comparativo de dos procedimientos generales para optimizar diseños mecánicos: 1) Cálculo de esfuerzos utilizados con el criterio de diseño por resistencia mecánica y 2) Cálculo de deformaciones utilizadas con el criterio de diseño por rigidez. En ambos casos aplicando un programa con base en el método del elemento finito para análisis estáticos y dinámicos del soporte para un reductor de velocidad en el eje trasero de un tractor agrícola. Adicionalmente se analiza el comportamiento del soporte en cada uno en sus modos de vibración y las frecuencias en los que cada uno de ellos aparece. En las conclusiones de los resultados se resalta la importancia de no incurrir en utilizar de manera independiente los criterios de diseño señalados, ya que son complementarios y el destino de uso del producto define que uno o ambos sean críticos.

Palabras clave: 02.60.Pn, 02.70.Dh, 81.40.Jj, 02.60.Gf, modos de vibración, optimización numérica, método del elemento finito, relaciones esfuerzo-deformación.

2. Abstract (Application and Comparative Analysis of Mechanical Resistance, Design Criterion, Stiffness, Vibration Modes)

A comparative analysis of two general procedures for optimizing mechanical designs is presented in this paper. The two procedures under investigation are: 1) The calculus of utilized stress by using the mechanical resistance design criterion and 2) Calculus of utilized deformations by using the rigidity design criterion. In both cases, finite element analysis software is used for the static and dynamic analysis of the support for a speed reducer used in the rear axle of an agricultural tractor. The behavior of the support in every vibration mode is carefully analyzed as well as the frequencies at which the modes appear. The results point out the importance of avoiding the independent use of the design criterions studied since these are complementary. Moreover, depending on the application either one or both criterions may be critical.

Key words: 02.60.Pn, 02.70.Dh, 81.40.Jj, 2.60.Gf, vibration modes, numerical optimization, finite-element method, stress-strain relations.

3. Introducción

El diseño mecánico de vanguardia consiste básicamente en aplicar conocimientos multidisciplinarios científicos y tecnológicos de frontera, a diferencia del diseño artesanal basado en conocimientos empíricos. El principal elemento del diseño es el cálculo que permite evitar la falla de los elementos mecánicos, además de participar en garantizar la satisfacción de la necesidad de acuerdo a su destino de uso al menor costo posible. Deben considerarse diversos criterios de diseño y teorías en su cálculo, ya sea con la filosofía de diseño por evolución como por la de innovación [1]. En este trabajo se presenta una descripción breve de las teorías de falla en elementos mecánicos y los resultados de su aplicación al análisis del soporte para reductor de velocidad en tractores agrícolas convencionales para permitirles su conversión a alto despeje, como es el caso del modelo TRACTO SEP de la figura 1 desarrollado en el CIDESI del Sistema de Centros SEP-CONACYT, México.



Fig. 1. Tractores agrícolas convencionales de bajo despeje.

Para el cálculo en diseño mecánico se consideran diferentes aspectos, entre los cuales se encuentran principalmente los siguientes siete:

1) Fallas en elementos mecánicos

La clasificación de las causas básicas de falla se consideró como [2]:

- Errores de diseño debidos a la mala aplicación de los criterios de uso común.
- Defectos internos del material debidos a imperfecciones de cristales y macrodefectos.
- Errores de manufactura debidos a discrepancias especificación-producto, sobre tolerancias dimensionales, de forma, de posición y de estado superficial principalmente.

2) Los criterios principales que se aplican comúnmente en diseño mecánico son:

- Resistencia a esfuerzos
- Rigidez
- Resistencia al desgaste
- Resistencia a las vibraciones

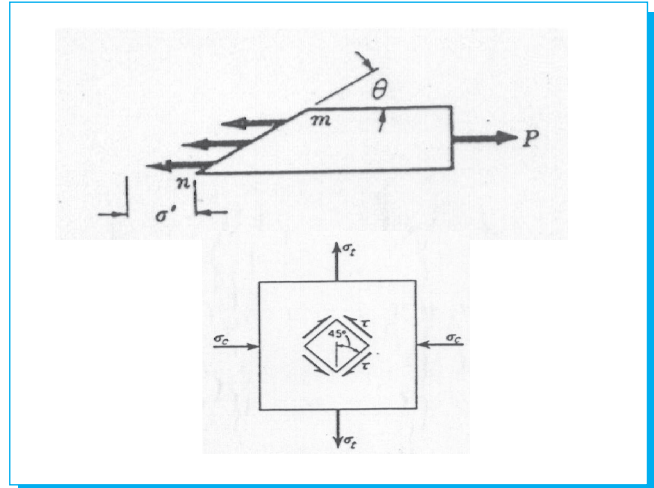


Fig. 2. Carga P actuando en un elemento mecánico.

- Resistencia térmica
- Índice de fiabilidad
- Destino de uso y métodos tecnológicos (ergonomía, apariencia, costos, vida útil, etc.)

3) Principales teorías de falla correspondientes al criterio de diseño por resistencia a esfuerzos

- Esfuerzos normales principales
- Esfuerzo tangencial máximo
- Energía máxima de distorsión

En las teorías de falla por esfuerzos el valor de éstos requieren ser evaluados de inicio, considerando la forma en que se cargan los elementos mecánicos. La figura 2 muestra un esquema general de carga coaxial P y el estado de esfuerzos normales s y tangenciales t en un punto del elemento donde actúa P .

4) Modos principales de falla por esfuerzos [3] y [4]:

- La ruptura de elementos mecánicos debida a esfuerzo normal, ocurre por desgarre del material, según se muestra en la figura 3a, mientras que la que se debe a esfuerzo cortante es por deslizamiento en un plano a 45° del eje del elemento, como se muestra en la figura 3b; ambos esfuerzos aparecen por ejemplo por la acción de fuerzas axiales, como se indica en la figura 2, pero el tipo de falla a predecir dependerá si el material a utilizar es frágil o dúctil, ya que esto define su mayor o menor capacidad de resistencia al tipo de esfuerzos normal o cortante. De manera especial deben tomarse en cuenta los intervalos

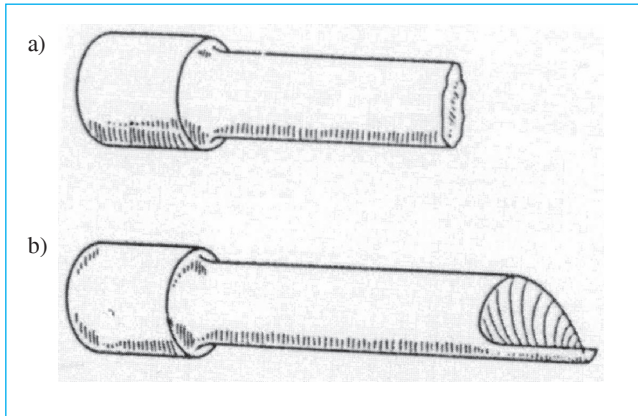


Fig. 3. Tipos de falla en probetas sometidas a tracción.

de temperatura donde cada material cambia sus propiedades de frágil a dúctil y viceversa. Adicionalmente, los ciclos de vida útil se determinan considerando los fenómenos de desgaste, corrosión, fatiga, fluencia, condiciones térmicas, vibraciones y otros.

El flambéo de elementos estructurales ocurre por esfuerzos a compresión en columnas.

5) Consideraciones en la falla por rigidez

El destino de uso del elemento determina sus tolerancias dimensionales, de forma, de posición y de estado superficial que deberán respetarse en el diseño, aun cuando los esfuerzos que puedan originarle distorsión sean inferiores a los esfuerzos admisibles por el material del que esté fabricado dicho elemento.

La importancia de la rigidez combinada con el criterio de diseño por vibraciones mecánicas es también relevante, ya que como es sabido es uno de los parámetros que definen la frecuencia natural de vibración, misma que deberá buscarse su coincidencia o no coincidencia con la de la fuerza actuante según convenga respecto de la resonancia. Por otro lado, los modos de vibración en flexión o torsión indican el tipo de esfuerzos críticos a considerar en el diseño.

6) Integración de los múltiples criterios de diseño mecánico en simulación numérica computacional.

Existen diversos paquetes de software para el cálculo y la optimización de elementos de máquinas que permiten deter-

minar su resistencia a las posibles causas de falla de acuerdo a los criterios descritos en los puntos anteriores. Para los cálculos de la aplicación que se presenta a continuación, se utilizó el programa ANSYS que usa el método numérico del elemento finito, cuyo fundamento teórico puede encontrarse como parte de la documentación de dicho software [3] y en referencias como la [4].

Asimismo existe una abundante bibliografía especializada y procedimientos reportados que se refieren al cálculo y diseño de elementos de máquinas, de entre los cuales puede citarse por ejemplo la referencia [5].

7) Propiedades de los materiales

Los valores de diseño calculados se comparan con las propiedades de los materiales a utilizar en los elementos, y es aquí donde la creatividad y sentido común del diseñador, apoyado en reglas básicas, le permite tomar las decisiones adecuadas; tales propiedades pueden encontrarse en [6] y otras referencias similares. Así mismo, considerar la influencia que el tipo de prueba tiene en la caracterización del material, como lo expone Urriolagoitia-Sosa *et al.* [7].

Para el caso de los criterios de diseño por esfuerzos, rigidez y modos de vibración, dichas reglas generalmente son el resultado de experiencias diversas.

Un punto de vista al respecto surge analizando la figura 2, donde puede verse que la carga del elemento, ya sea de tracción o de compresión, origina un esfuerzo cortante máximo, ubicado en el plano a 45° del plano normal al eje de carga; si una estructura metálica se calcula contra esfuerzo a la compresión, al presentarse un calentamiento inesperado el material disminuye su resistencia al corte y se presenta la falla por fluencia al ser dúctil el metal.

Otro caso es la conocida disminución de la resistencia esfuerzos en el material por la aplicación variable de las cargas en el elemento y su falla por fatiga; el factor que se aplica se define por el número de ciclos de vida útil que decida el diseñador.

En relación a la predicción de falla por modos de vibración, uno de los principales aspectos a considerar es el debido a la rigidez del elemento en cálculo, ya que al ser seis los modos básicos de vibración, pueden ser críticos los esfuerzos normales por flexión o los cortantes por torsión según el modo de deformación.

De acuerdo a lo anterior y con el propósito de ilustrar el uso de los criterios de diseño en ingeniería mecánica, se muestra a continuación el resumen de una aplicación de ellos en la

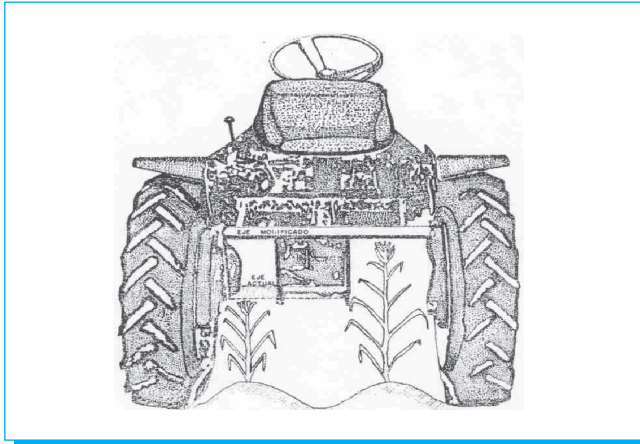


Fig. 4. Altura libre posterior en tractor agrícola.

4. Aplicación del caso de estudio

4.1 Caso práctico: consideraciones para el rediseño del eje trasero de un tractor agrícola [9]

a) Planteamiento del problema

Como primera consideración para el rediseño del eje trasero de un tractor agrícola, se toma en cuenta el destino de uso que se dará al tractor, del cual surge la necesidad de adecuar, según la figura 4, su altura libre para permitir el tránsito entre plantas en mayor altura de desarrollo sin dañarlas. La altura requerida por los diferentes cultivos a manejar con el tractor son [10]:

- Remolacha y papa 0.45 a 0.50 m
- Maíz y girasol 0.65 a 0.70 m
- Algodón, té y caña de azúcar más de 0.70 m

b) Las tres opciones de solución con mayor viabilidad:

En la primera se consigue la mayor altura utilizando ruedas de gran diámetro, pero le origina al tractor una modificación en la ubicación del centro de gravedad del mismo que lo hace inestable para transitar en terrenos inclinados.

En la segunda puede utilizarse una transmisión de potencia mediante cadena en la reducción final, que tiene el inconveniente de limitar considerablemente el valor admisible de potencia a transmitir.

Como tercera opción se tiene la transmisión por engranajes de dientes rectos, que permite evitar el inconveniente de las

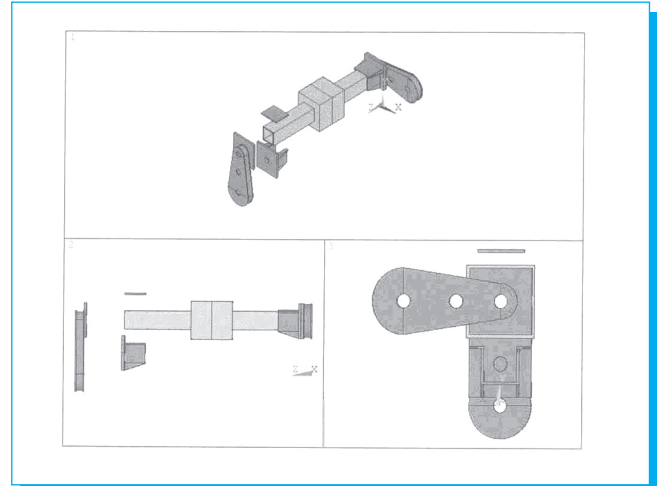


Fig. 5. Soporte de reductor trasero para tractor.

dos opciones anteriores, así como puede permitir el uso del tractor en altura normal en trabajos de aradura, mediante sujeción de los soportes de su eje final girados un ángulo de 90°.

De la tercera opción se desarrolla enseguida el cálculo para el rediseño del soporte del eje trasero de un tractor agrícola, cuyo esquema general se muestra en la figura 5.

c) Desarrollo de una simulación numérica

1) Con un programa parametrizado reportado por los autores en [9], así como usando un software comercial, se modeló el soporte para el reductor del eje trasero cuyo resultado se muestra en la figura 6, que está compuesto de elementos finitos formados por 12 387 nodos.

2) Las condiciones de frontera en el modelo son las fuerzas y restricciones que se obtienen mediante los esquemas que se muestran en la figura 7. Los valores críticos de las fuerzas de rozamiento entre ruedas-suelo ocurren en el ángulo máximo permisible al deslizamiento lateral mostrado en la figura 7a), mismos que pueden obtenerse para diferentes condiciones de suelo y tipo de neumático [8]; el valor de dichas fuerzas actuantes se tomaron aplicadas en los alojamientos de los rodamientos del eje final y corresponden a las reacciones tanto del peso de la máquina como a la fuerza de tiro que soporta.

Las restricciones de movimiento en el eje trasero se muestra en la figura 7b), de tal manera que correspondan al caso de carga en estudio; para ello se tomó en cuenta que por la

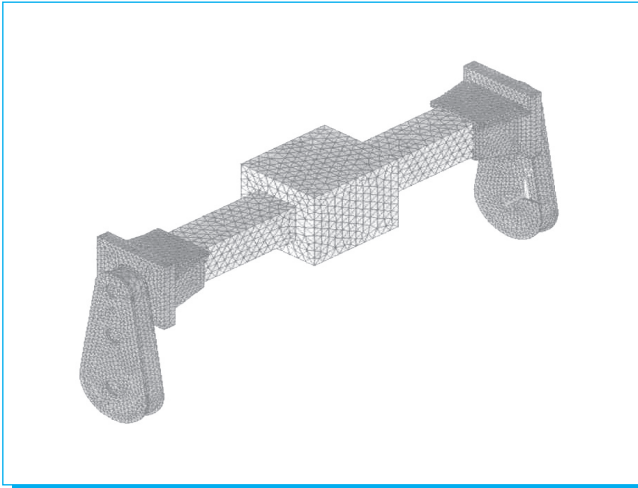


Fig. 6. Soporte de reductor trasero para tractor.

gran deformación admisible en los neumáticos, tanto el eje trasero conducido como el conductor de la reducción final tienen un desplazamiento lateral; en el desarrollo de la solución se muestra la opción de tomar como fijo el eje trasero conductor, pues el elemento que nos interesa analizar es

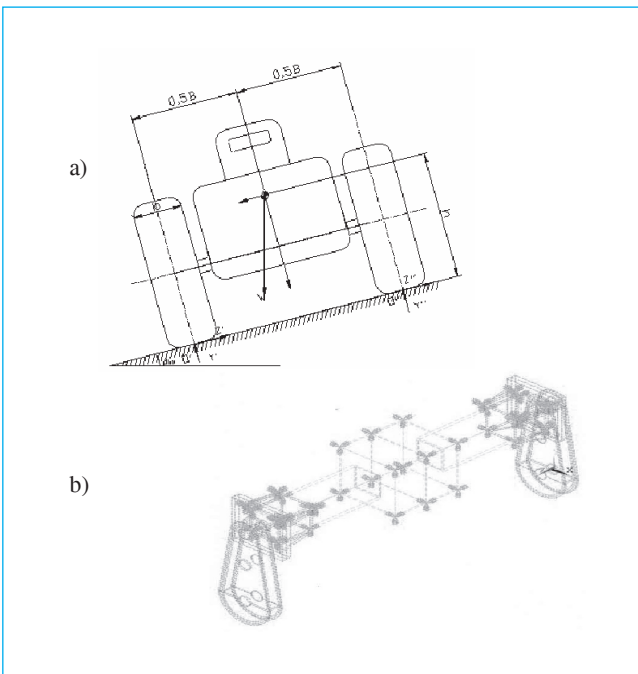


Fig. 7. Diagrama de condiciones de carga y restricciones de movimiento en el modelo.

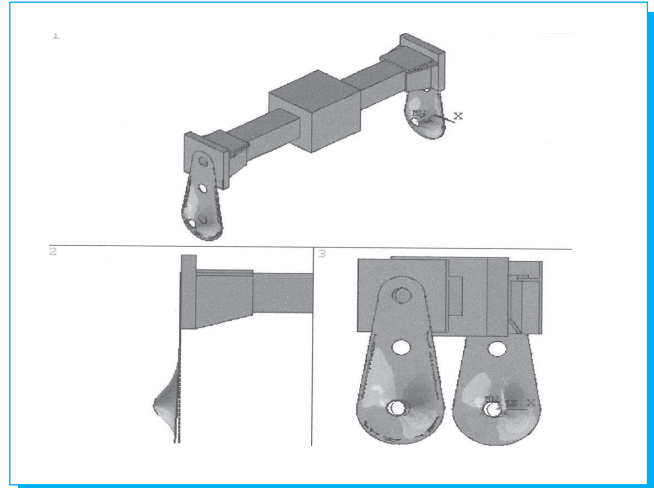


Fig. 8. Visualización del campo de los desplazamientos.

la placa soporte y con esto no se modifica su diagrama de cuerpo libre estático general.

3) La solución inicial del cálculo de esfuerzos para el caso de las placas soporte del reductor, se obtuvo utilizando el modelo y los valores de las condiciones de frontera mencionadas, así como un programa computacional o conjunto de instrucciones para software comercial basado en el método del elemento finito. El programa de referencia también está reportado en [9], donde además se incluyen los programas para el cálculo de la optimización del espesor de las placas y para el cálculo de las frecuencias correspondientes a cada uno de los modos de vibración del soporte completo.

d) Resultados obtenidos

1) Del cálculo de desplazamientos debido a la acción de las fuerzas que actúan sobre las placas soporte del eje final del tractor, el programa determina los esfuerzos correspondientes mediante el uso de las ecuaciones de transformación respectivas disponibles en [11].

La figura 8 muestra los campos por rango de valores en los desplazamientos calculados, donde puede verse que los mayores de ellos ocurren en el soporte del rodamiento; los que siguen en importancia se presentan en la parte inferior de la placa soporte; en ambos casos el programa hace la visualización utilizando un factor de amplificación apropiado que permite claridad en ella para facilitar su análisis.

El valor de los esfuerzos correspondientes a los desplazamientos, así como el número de nodo en el cual ocurren, son

Tabla 1. Resumen del listado de esfuerzos axiales por nodo.

Nodo	S_x	S_y	S_z
1	0.11643E+06	-0.41475E+06	-0.10789E+07
338	0.15911E+09**	0.28931E+09**	
344		-0.34481E+09*	
866			0.17205E+09**
1108	-0.17027E+09*		
5764			-0.21733E+09*
12387	-1621.9	-1102.7	4996.4

* valores mínimos (Pa)
 ** valores máximos (Pa)

almacenados en un archivo del programa; un resumen con los valores relevantes de ellos se muestran en la tabla 1.

2) Repitiendo los cálculos anteriores utilizando diferentes espesores de placa en cada ocasión, se obtienen los resultados por paso de optimización que se muestran en la figura 9, sólo que ahora los valores que se muestran son de deflexión en lugar de esfuerzo, para ilustrar la diversidad de cálculos posibles con el software.

3) A continuación se calculan las frecuencias para cada modo de vibración, a fin de verificar que sus valores no estén cercanos a los de las frecuencias de la fuerza de excitación del motor y de la frecuencia natural del operario, así como si hay flexión o torsión en cada modo. La figura 10 muestra el resultado de uno de estos modos: 219.657 Hz

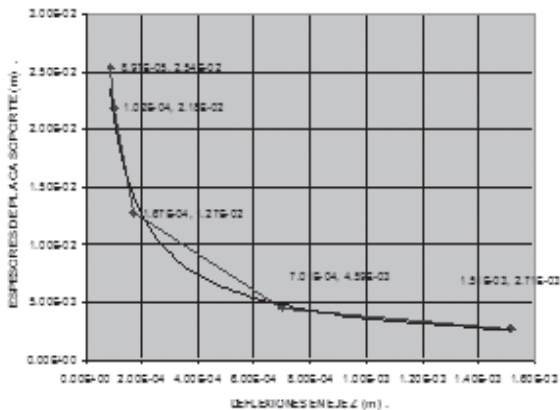


Fig. 9. Deflexiones según espesor de placa utilizado.

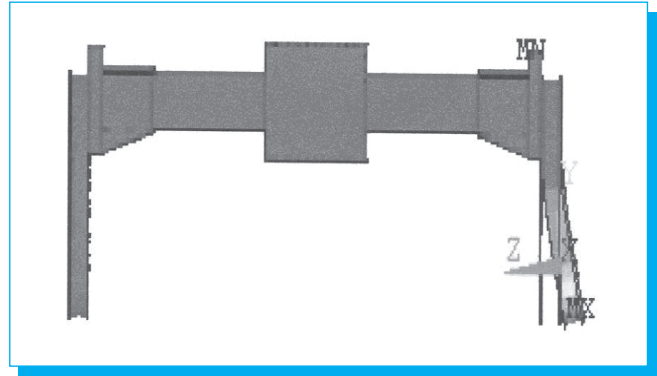


Fig. 10. Modo de vibración del soporte a 219.657 Hz.

que corresponde a flexión de la placa soporte; aspectos teóricos de ello están en [12] y [13].

4.2 Análisis de resultados

El análisis de resultados se hizo básicamente en los siguientes tres aspectos:

a) *Esfuerzos.* La comparación de los esfuerzos calculados contra los permitidos por el material a utilizar en el soporte se muestra en la tabla 2, de lo cual, y como dimensión base para la placa, se puede tomar el espesor mínimo de 6.35 mm, ya que el esfuerzo normal actuante en una placa de menor espesor estaría por arriba de la admisible por el material AISI-1018 que se indica como referencia.

b) *Deformaciones.* La verificación de desplazamientos permitidos por los apoyos del eje, se hace comparando el ángu-

Tabla 2. Datos comparativos de esfuerzos.

Espesor de placa utilizado en el modelo (m)	Esfuerzos calculados (MPa)	
	Normales [Admisible para AISI-1018 = 148 MPa]	Cortantes [Admisible para AISI-1018 = 100 MPa]
0.02540 (25.4 mm = 1")	18.8	6.05
0.01905 (19.05 mm = 3/4")	26.4	8.15
0.02180 (21.8 mm)	22.8	11.00
0.01270 (12.7 mm = 1/2")	45.5	16.80
0.00635 (6.35 mm = 1/4")	117.0*	39.30
0.00459 (4.59 mm)	179.0	56.60
0.00273 (2.73 mm)	289.0	100.00*

*Esfuerzo según espesores de placa factibles de utilizar, antes de considerar otros factores de diseño.

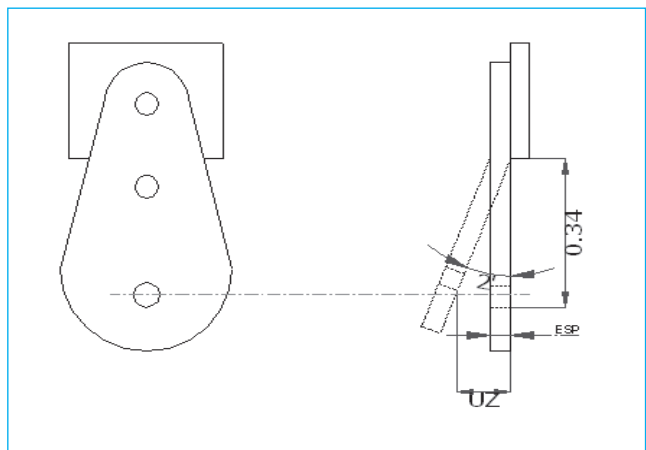


Fig. 11. Desalineamientos permitidos por rodamientos.

lo de desalineamiento permisible por los rodamientos a utilizar respecto del actuante según figura 11 y tabla 3, donde puede verse que con este criterio de diseño mecánico el espesor mínimo de placa de acero a utilizar sería de 12.5 mm.

c) *Vibraciones mecánicas.* En la comparación de las frecuencias de excitación al eje, respecto de las de sus modos principales de vibración, se toma como referencia la velocidad nominal del motor, que para este caso es de 1800 rpm o de 30 Hz, buscando que no esté cerca de algún modo de vibración que pudiera dar origen al fenómeno de resonancia [14]; el uso de este criterio generalmente implica un factor de amplificación de los valores de esfuerzos calculados entre 1.25 y 1.5, pero es necesario determinar la gráfica de amplitud en la vibración respectiva, misma que no fue objeto de trabajo para el presente artículo. De acuerdo a ello y tomando por ejemplo el factor de 1.5, el espesor de placa sería 19.05 mm sin considerar otros factores adicionales.

Además, las frecuencias de excitación deben ser comparadas con la frecuencia a la que está acostumbrado el humano, considerando una oscilación de su cuerpo al caminar a una velocidad de 4 km/h en promedio, equivalente a 1.2 Hz; con frecuencias de vibración alrededor de este valor el operario sufre fatiga excesiva. Para el caso que se trata este valor está muy por debajo del de la operación del motor.

5. Conclusiones

De acuerdo al criterio de resistencia a esfuerzos, se tiene que el esfuerzo actuante a considerar para el diseño permite utilizar un espesor de placa menor al que es admisible para el desalineamiento de los elementos soporte del eje, que podría

Tabla 3. Datos comparativos de deformaciones.

Espesor de placa utilizado en el modelo (m)	Desplazamiento calculado en el eje z (m) $[UZ_{admisible} = 0.000196 \text{ m}]$
0.0254 (25.4 mm = 1")	0.0000896
0.01905 (19.05 mm = 3/4")	0.000128
0.0218 (21.8 mm)	0.000102
0.0127 (12.7 mm = 1/2")	0.000167*
0.00635 (6.35 mm = 1/4")	0.000429
0.00459 (4.59 mm)	0.000699
0.00273 (2.73 mm)	0.001510

*Desplazamiento según espesores de placa factibles de utilizar, antes de considerar otros factores de diseño.

llevar a sugerir al fabricante incrementar la capacidad de absorción de ellos para ampliar el espectro de aplicación de sus productos. Por otra parte, deben también tomarse en cuenta criterios complementarios referente a los posibles cambios en las propiedades del material originados por su destino de uso, como es el caso de los valores límite del intervalo de temperatura en que un material puede cambiar de frágil a dúctil o viceversa, ya que su modo de falla esperado depende de esto. Aún más, si se considera el factor de amplificación requerido por vibraciones mecánicas, el cálculo del soporte indica el uso de un espesor mayor en el mismo. La recomendación principal entonces es la no utilización de los criterios de diseño en forma independiente.

La aplicación del MEF en los campos de la física y la ingeniería tiene como fundamento resultados obtenidos de experimentación, expresados como funciones matemáticas de interpolación que actualmente hacen confiable su uso en trabajos de optimización de diseño mecánico y en otras áreas muy diversas. El diseñador mecánico puede utilizar de manera confiable el programa validado previamente, sólo si conoce y aplica adecuadamente los criterios de diseño en los análisis de cálculos obtenidos, ya que, según se indica en este artículo, si solamente se hubieran considerado los criterios de resistencia mecánica o de deformación, el elemento aquí analizado estaría mal diseñado. Flores Romero *et al.* [15] describen la problemática de evaluar experimentalmente los parámetros de vibración en elementos mecánicos, concluyendo que esta información es fundamental para la validación de cualquier método numérico. Así mismo, Rodríguez Castellanos *et al.* [16,17] establecen que la variación de la rigidez de los elementos origina cambios en las frecuencias naturales y, en consecuencia, en los modos de vibración. Así mismo, si una carga de impacto presenta variación en un periodo muy corto, apli-

cación de carga súbita, se generan ondas elásticas que, al interactuar con los defectos o discontinuidades del elemento, generan concentraciones de esfuerzos.

6. Referencias

- [1] Urriolagoitia C. Guillermo, "Notas del curso: Diseño Mecánico Avanzado", SEPI-ESIME-IPN, 1979.
- [2] Torres M. R., "Determinación de esfuerzos en la optimización de diseños mecánicos", 3er. Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, Noviembre 25-29, 2002, México, DF.
- [3] ANSYS Theory Reference, *Design Optimization*, Swanson Analysis System, 1999
- [4] Bathe K.J., *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall, 1996.
- [5] Shigley J. E., Mischke Ch. R., *Diseño en ingeniería mecánica*, Mc. Graw Hill, 1999.
- [6] Askeland D. R., Phulé P. P., *Ciencia en ingeniería de los materiales*, Thomson, 2006.
- [7] Urriolagoitia-Sosa, G., Duradola, J.F., López-Castro, A. y Fellows, N.A., A Method for the simultaneous derivation of tensile and compressive behavior of materials under Bauschinger effect using bend tests, Proceeding of the MECHE part C, Journal of Mechanical Engineering Science, vol. 220, No. 10, pp0 1509-1518, 2006.
- [8] Torres M. R. "Factibilidad de incorporar características de alto despeje a tractores agrícolas convencionales clase 1", informe técnico final del proyecto CGPI-IPN 20010301, 2002.
- [9] Torres T., David, "Análisis por el MEF para convertir tractores agrícolas convencionales a alto despeje" ITQ, Tesis de Ingeniería Mecánica, 2003
- [10] Ir. Johan D. Berlijn, *Tractores Agrícolas*, Editorial Trillas, S.A., 1982.
- [11] Dally J. W., Riley W. F., *Experimental Stress Analysis*, McGraw-Hill, 1991.
- [12] G. Atanasio, J.A. y Torres, R.Torres, "Análisis modal de la tapa armónica de una guitarra clásica mediante la aplicación de ANSYS", *Revista electrónica en ingeniería mecánica*: ITQu@ntum, Volumen 1 junio 2003, pp.11-23, www.itq.edu.mx.
- [13] Daniel J. Inman, *Engineering Vibration*, Prentice Hall, 1994
- [14] Torres T. J.A., *Modos de Vibración Simulados por Computadora y Experimentales de una Tapa de Guitarra en sus Etapas de Construcción*, UNAM, 2006.
- [15] Flores Romero, M.A., Hernández Gómez, L.H. y Palacios Montufar, C., «Problemas típicos de vibración», *Científica*, vol. 6 núm. 2, 69-76,2002.
- [16] Rodríguez Castellanos, A., Sánchez Sosma, F.J., Hernández Gómez, L.H. y Urriolagoitia Calderón, G. Influencia de carga tipo transitoria en el comportamiento del factor de intensidad de esfuerzos en placas, *Científica*, núm. 21, 3-7,2000.
- [17] Rodríguez Castellanos, A., Rodríguez, J.E., Sánchez Sosma, F.J., Hernández Gómez, L.H. y Saucedo Meza, I. Distraction of Elastic Waves by Near Surface Cracks, *Revista Mexicana de Física*, vol. 51, suplemento 1, 43-46 , 2005.

Latindex:

Índice

Latinoamericano de

Publicaciones

Científicas Seriadas