

# Análisis fractal de elecciones federales 1991-2003

Miguel A. Martínez-Cruz  
Alexander Balankin  
Oswaldo Morales-Matamoros  
Didier Samayoa-Ochoa  
Edgar I. García-Otamendi

Sección de Estudios de Posgrado e Investigación (SEPI),  
Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME),  
Unidad Zacatenco, Instituto Politécnico Nacional.  
Unidad Profesional Adolfo López Mateos,  
Col Lindavista. CP 07738. México, DF.  
MÉXICO.

Tel. 5729 6000 ext. 54589

email: mamartinezc@ipn.mx

Recibido el 7 de noviembre de 2005; aceptado el 17 de mayo de 2006.

## 1. Resumen

Se toma como ejemplo los resultados de elecciones a diputados federales en México, los cuales son analizados y considerados como una función de respuesta de un sistema social, cuya dinámica subyacente conduce a un comportamiento complejo. Se encontró que las distribuciones de votos entre los candidatos, así como entre partidos políticos, se comportan de acuerdo a una distribución estable de cola pesada (según el criterio Lévy), asociada con una estructura fractal de la red de votantes. Específicamente, se observa que la distribución de las preferencias de los votantes sigue la distribución de Pareto caracterizada por un exponente de escalamiento ( $\alpha$ ), el cual muestra sólo algunas pequeñas variaciones para votaciones en diferentes entidades y que es básicamente el mismo para todas las elecciones federales durante el periodo 1991-2003. Asimismo, se demuestra que la red de votantes mexicanos debería ser modelada mediante una red pseudofractal jerárquica, caracterizada por dos diferentes dimensiones fractales. La arquitectura jerárquica identificada de la red de votantes ofrece una nueva perspectiva para el análisis, modelado y predicción de las elecciones.

**Palabras clave:** redes complejas, distribución de cola pesada, fractal, red pseudofractal, red social, distribución de Pareto, dimensión fractal.

## 2. Abstract (Fractal Analysis of Federal Elections 1991-2003)

Voting data from Mexican federal deputy elections are analyzed and considered as a response function of a social system with underlying dynamics leading to complex behavior. We found that the voting distributions among candidates, as well as among parties behave as a fat-tailed Lévy stable distribution, associated with fractal structure of electoral network. Specifically, we show that the distribution of voter preferences follows the shifted Pareto distribution with scaling exponent  $\alpha$  which shows only small variations from entity to entity and it is essentially the same for all federal elections from 1991 to 2003. Furthermore, we show that Mexican voter network should be modeled by hierarchical pseudo-fractal network characterized by two different fractal dimensions. The identified hierarchical architecture of voter network offers a new perspective on the analysis, modeling and forecasting of elections.

**Key words:** complex networks, fat-tail distributions, fractal, pseudofractal network, social network, Pareto's distribution, fractal dimension.

## 3. Introducción

El comportamiento complejo puede suscitarse en cualquier sistema que esté constituido por un gran número de elementos que interactúen de manera no-lineal; por ejemplo átomos en un sólido, células en un organismo vivo, negociadores en un mercado financiero, miembros de un partido político, secta religiosa o asociación profesional, o votantes en el registro electoral.

El comportamiento complejo de diversos sistemas es el resultado de diferentes procesos que operan en una vasta gama de escalas (temporales y espaciales) asociadas con un gran número de grados de libertad [1]. La complejidad puede ser caracterizada por la incertidumbre del sistema o por el grado de perfectibilidad de la evolución del sistema. El análisis cuantitativo de los datos generados por los sistemas complejos es un problema común en la física estadística, la cual encuentra

aplicaciones en varias ramas de las ciencias naturales y sociales [1-3].

Modelos simples sobre el comportamiento cooperativo en los sistemas sociales eran ya conocidos por economistas y sociólogos desde hace muchos años. Lo que resulta realmente sorprendente es que muchos de estos modelos clásicos en la sociología fueron simplemente reformulados en términos de modelos existentes en mecánica estadística, tales como el «Juego de la Minoría» [4], el modelo de Axelrod de formación de dominios culturales o coaliciones políticas [5], los modelos económicos basados en el concepto de equilibrio local de Nash [6], entre otros [4-7].

La eficiencia de un sistema, en términos de información, está íntimamente relacionada con la topología del modelado de la red. En este contexto, en la última década se ha despertado un enorme interés en las llamadas *redes complejas* que poseen la propiedad de *pequeño mundo* (del inglés *small-world-effect* [8]); es decir, el número de enlaces  $n$  que uno debe recorrer para conectar dos sitios de la red, crece como logaritmo del número de sitios  $N$ ,  $n \propto \ln N$ , en contraste con el caso de redes regulares, donde  $n \propto N$ .

Entre las redes complejas, las redes sociales aparecen de manera muy natural, jugando un importante papel. Las redes sociales, como las naturales, están conformadas por un gran número de individuos, quienes generalmente tienen interacciones locales entre ellos mismos. De manera similar a los sistemas físicos susceptibles a acciones y campos externos, el comportamiento de las redes sociales también depende de factores externos. Por ello, las herramientas matemáticas desarrolladas en el contexto de la física estadística, para tratar con fenómenos colectivos, se han venido aplicando a diversos problemas sociales en los últimos años [8].

Las redes sociales analizadas son tan variadas como: (i) las redes de amistades y conocidos en grupos sociales restringidos, como actores, sectas religiosas y partidos políticos, entre otros; (ii) redes de mercados financieros y de valores; (iii) redes de correo electrónico; (iv) redes de colaboraciones científicas; (v) redes de contactos sexuales, y muchas otras [9, 10]. Recientemente, el análisis de estas redes ha demostrado que la estructura de una red social no es puramente aleatoria, como venía suponiendo la sociología desde hace muchos años, sino más bien son redes de pequeño mundo, similares a la red de interacciones genéticas y las redes metabólicas o de tendido eléctrico. De alguna manera, la naturaleza ha encontrado que este tipo de estructura es óptima en el balance entre el beneficio de un enlace a un vecino lejano y el costo que éste supone [9]. Como consecuencia, las redes sociales a menudo poseen muchas de las propiedades características de los sistemas

complejos estudiados en la física, como capacidad las de *autoorganización, cooperación y adaptación* [11].

Muy frecuentemente, el análisis estadístico revela la emergencia de distribuciones de ley de potencia, indicando que los sistemas sociales autoorganizados fluyen hacia un estado crítico sin escalas características de tiempo o longitud [12]. Recientemente se ha reportado que varios fenómenos con invarianza de escala aparecen en los sistemas sociales; por ejemplo, en las morfologías fractales de las ciudades [1], en la dinámica fractal de la actividad económica [13], en la dinámica compleja de las opiniones asociadas con la propagación de rumores y en las preferencias electorales [6].

Uno de los procesos fundamentales en las sociedades democráticas concierne al de las elecciones. Las elecciones son procesos democráticos convincentes, en donde se tiene el mismo tipo de interacción entre los votantes y las influencias externas (publicidad política, campañas, etcétera). Desde el punto de vista científico de sistema complejo, el resultado de un proceso electoral puede considerarse como una respuesta de un sistema abierto, con muchos elementos que interactúan, gobernado por una dinámica compleja interna (aunque desconocida).

Los votantes no poseen tanta libertad, aun en los regímenes democráticos, ya que las preferencias individuales dependen mucho de la elección de las redes sociales en donde el votante está inmerso. Esto es natural en el ser humano, debido a las diferentes identidades sociales que pueden resultar en tensiones sociales; por lo tanto, lo microsocial es atractivo para reducir las tensiones mediante un ajuste de las preferencias políticas o de las corrientes ideológicas [6]. De acuerdo a esto, una caracterización cuantitativa de la red electoral se realiza a través del estudio de las distribuciones de votos. Estas distribuciones de votos se obtienen a partir de distintos procesos electorales y de las consecuentes simulaciones de las preferencias electorales, los cuales son pasos indispensables hacia un mejor entendimiento y predicción de la dinámica electoral subyacente.

En este trabajo se analizan los resultados de las elecciones para diputados federales de mayoría relativa en las elecciones federales de los años 1991, 1994, 1997, 2000 y 2003.

## 4. Desarrollo

### 4.1 Análisis estadístico

#### 4.1.1. Definición de red electoral

México es un país integrado por 32 entidades federativas (31 estados y el Distrito Federal), que son autónomas en lo que concierne a su régimen de gobierno interno, en donde uno de los

procesos fundamentales de la sociedad democrática son las elecciones. Este proceso está regulado por los votos de los ciudadanos que son un gran instrumento para la elección de sus representantes, del cual depende el futuro desarrollo de la sociedad. El Poder Legislativo Federal se deposita en el Congreso de la Unión, el cual se integra por una Cámara de Diputados y una Cámara de Senadores. El Poder Legislativo de las 32 entidades federativas tiene carácter unicameral; el de los 31 estados se denomina Congreso Local y el del Distrito Federal, Asamblea Legislativa. Todos los legisladores sirven un periodo de tres años, excepto los senadores, cuyo periodo es de seis años [14].

A partir del 11 de octubre de 1990 empieza a funcionar el Instituto Federal Electoral (IFE), el cual es un organismo público, autónomo, responsable de cumplir con la función estatal de organizar las elecciones federales; es decir, las relacionadas con la elección del presidente de los Estados Unidos Mexicanos y de los diputados y senadores que integran el Congreso de la Unión. El IFE tiene su sede central en el Distrito Federal y ejerce sus atribuciones en todo el país, a través de órganos desconcentrados ubicados en las capitales de las 32 entidades federativas y en los 300 distritos electorales en que se divide el territorio nacional para efectos electorales.

La Cámara de Diputados se conforma por un total de 500 diputados, 300 de los cuales son electos por el principio de mayoría relativa en un número equivalente de distritos electorales uninominales, y los otros 200 por el principio de representación proporcional.

Entre los órganos directivos del IFE está la Dirección Ejecutiva del Registro Federal de Electores (anteriormente *Registro Nacional de Electores*), a la cual corresponde formar, revisar y actualizar el *Padrón Electoral*, así como las *Listas Nominales de Electores*, entre otras funciones.

Con objeto de garantizar su plena autenticidad y confiabilidad para las elecciones federales de 1991, se conformó un *Padrón Electoral* totalmente nuevo, es decir, sin considerar ningún registro ni listado preexistente y a través del levantamiento de información casa por casa en todo el país (técnica censal). El *Padrón Electoral* lo conforman todos los ciudadanos mexicanos que solicitaron su inscripción al mismo, con la finalidad de obtener su credencial para votar con fotografía y así ejercer su derecho al voto. En 1991, en aquel entonces, sobre una base estimada de 45 millones de ciudadanos mayores de 18 años, se integró un padrón electoral superior a los 39 millones y se hizo entrega de una nueva credencial para votar a más de 36 millones, lográndose conformar, en escasos ocho meses, una de las bases de datos más grandes del mundo, así como una cobertura y confiabilidad de sus instrumentos equiparables a los más altos estándares internacionales.

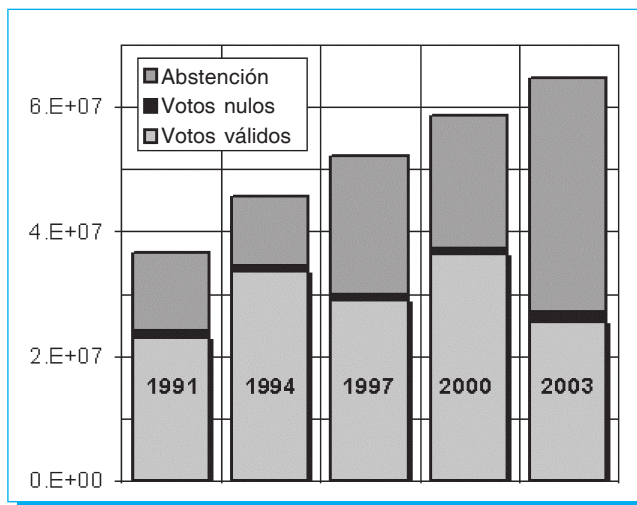


Fig. 1. Histogramas de la lista nominal electoral, número de votantes y número de votos válidos emitidos en las elecciones federales del periodo 1991-2003 (datos proporcionados por IFE [14]).

En la *Lista Nominal de Electores* se encuentran todos aquellos ciudadanos que solicitaron su inscripción al padrón y cuentan ya con su credencial para votar con fotografía vigente. A partir de una estrategia integral de depuración del padrón para la elección federal de 1994, se dio cumplimiento al mandato de incorporar la fotografía del ciudadano a la credencial para votar. El padrón electoral creció entre los años 1991 y 2004 en manera lineal, ecuación 1 y figura 1. Específicamente, el crecimiento del padrón electoral puede ser presentado con la fórmula

$$N_{\text{padrón}} = 4 \times 10^7 + 2 \times 10^6 \times (\text{Año} - 1991) \quad (1)$$

que se ajusta a los datos reportados por el IFE con el cuadrado del coeficiente de correlación  $R^2 = 0.9933$ .

La Constitución Política de México concibe a los partidos políticos como entidades de interés público, lo cual implica su reconocimiento como sujetos del derecho público y la consecuente obligación del Estado de garantizar las condiciones y proveer las facilidades necesarias para su desarrollo. La organización o agrupación política que pretenda constituirse en partido político para participar en las elecciones federales deberá obtener su registro ante el IFE. A partir de 1996, la legislación electoral reconoce la figura de agrupaciones políticas nacionales como una forma de asociación ciudadana que coadyuva al desarrollo de la vida democrática y de la cultura política, así como a la creación de una opinión pública mejor informada.

Es derecho exclusivo de los partidos políticos nacionales y, en su caso, de las coaliciones debidamente formalizadas, postular y solicitar el registro de candidaturas a los cargos federales de elección popular. Al partido político que no obtenga por lo menos el 2% de la votación en alguna de las elecciones federales ordinarias para diputados, senadores o presidente de los Estados Unidos Mexicanos, le será cancelado el registro y perderá todos los derechos y prerrogativas. De esta manera, el número de partidos que participan en cada elección federal varía, en virtud de la pérdida del registro de unos partidos y la creación de otros. Así pues, en elecciones de 1991 participaron 10 partidos, en las de 1994 nueve, en las de 1997 ocho, en las de 2000 cuatro y dos coaliciones, y en las de 2003 lo hicieron 11 partidos y una coalición.

Con objeto de que los electores puedan ejercer su derecho al voto en el sitio más próximo a su domicilio, la ley dispone que cada *sección electoral* (célula básica de la división territorial para efectos electorales) se integre con un mínimo de 50 y un máximo de 1 500 electores, y que se instale una *casilla* por cada 750 ó fracción menor de ellos. Además de las casillas ordinarias, existen las denominadas extraordinarias y especiales. Durante el día de la elección se levantará el acta de la jornada electoral. Una vez llenada y firmada el acta de la jornada electoral en el apartado correspondiente a la instalación, el presidente de la mesa anunciará el inicio de la votación. La votación se cierra a las 18:00 horas. Una vez cerrada la votación y llenado y firmado el apartado correspondiente del acta de la jornada electoral, los integrantes de la mesa directiva proceden al escrutinio y cómputo de los votos sufragados en la casilla. El escrutinio y cómputo es el procedimiento por el cual los integrantes de cada una de las mesas directivas de casilla, determinan: (i) el número de electores que votó en la casilla, (ii) el número de votos emitidos en favor de cada uno de los partidos políticos o candidatos, (iii) el número de votos anulados por la mesa directiva de la casilla, y (iv) el número de boletas sobrantes de cada elección. Los consejos distritales hacen las sumas de las actas de escrutinio y cómputo de las casillas, conforme éstas se vayan recibiendo y hasta el vencimiento del plazo legal para la entrega de los paquetes que contengan los expedientes electorales.

La participación electoral debe ser una preocupación fundamental de los regímenes democráticos. Sin embargo, sólo un porcentaje de los ciudadanos inscritos en la lista nominal participan en las elecciones, ya que el *abstencionismo* es cada vez más alto. A pesar de que los ciudadanos han participado más en las elecciones de presidente de la República, la tendencia general es el crecimiento lineal del porcentaje de abstencionismo (véase figura 1).

$$A\% = 27 + 2(A\tilde{n}o - 1991) \quad (2)$$

Hay que reconocer que no existe una interpretación científica aceptada que nos explique el complejo fenómeno del abstencionismo en México.

Muchas redes sociales comparten dos propiedades generales: ausencia de una escala característica y un alto grado de agrupación [6]. Estas propiedades son consecuencia de una organización jerárquica que implica que pequeños grupos de nodos se organicen, de manera jerárquica, en grupos más grandes, mientras se mantenga una topología de ausencia a escala característica.

## 2.2. Datos estadísticos analizados y procesamiento de la información

Este trabajo se realizó a partir de los datos proporcionados por el IFE (<http://www.ife.org.mx>) sobre el número de boletas electorales depositadas en cada casilla durante las elecciones de los años 1991, 1994, 1997, 2000 y 2003. Estos datos no consideran las boletas anuladas, dando un total aproximado de 147 millones 409 098 votos válidos los cuales fueron emitidos por los partidos que contendieron en las elecciones y repartidos en un total de 524 229 casillas. Se consideró el número de votos válidos de cada partido por casilla como un dato (4 265 511 datos). Los votos validados emitidos en cada una de las elecciones analizadas fueron agrupados por distritos y por entidades federativas.

Con base en lo anterior, se analizó la distribución del número de candidatos  $N$  que recibieron una fracción de votos  $v$ , así como las distribuciones de los votos entre los partidos, tanto por estado como a nivel federal. Además, se analizaron las distribuciones de votos en las casillas de cada uno de los distritos electorales.

En el análisis estadístico de los datos de votaciones se consideraron los votos emitidos (y válidos) en cada casilla a favor de cada partido político, los cuales fueron normalizados por el total de votos de sus respectivas casillas. Para cada uno de los distritos, así como para cada entidad, se tomó en cuenta el total de los votos válidos por partido político y se normalizaron entre el total de votos válidos.

El análisis estadístico fue realizado con ayuda del software @Risk 4.5 [23], el cual permite ajustar la distribución de los datos de acuerdo a tres criterios estadísticos: de la chi-cuadrada, de Kolmogorov-Smirnov y de Anderson Darling. En cada caso se determinaron las distribuciones que mejor ajustan los datos analizados, según cada uno de los tres criterios. Para el procesamiento de la información se exportó ésta desde diferentes bases de datos a Excel, considerándose cada entidad federativa por separado; asimismo, se tomó en cuenta el

número de casillas contenidas en cada distrito. El procesamiento se automatizó mediante el desarrollo de diferentes programas computacionales en el lenguaje de programación Visual Basic 6.0. Un programa se aplicó para el análisis por vecinos 1 500 distribuciones generadas (300 distritos por cinco años electorales); otro programa se empleó en el análisis por candidatos, en donde se analizaron 160 distribuciones (32 entidades por cinco años electorales), y uno más para el análisis por partidos, cinco distribuciones analizadas (un país por cinco años electorales). De esta manera se eliminaron los errores humanos al momento de manipular las grandes cantidades de datos.

### 2.3. Resultados del análisis estadístico

Se encontró que las distribuciones de votos entre vecinos, candidatos, así como entre partidos políticos, tiene una pendiente y un comportamiento estable de cola pesada (3) asociada con una estructura fractal de la red de votantes, similar entre sus respectivos niveles, es decir, la distribución por vecinos (figura 2) conserva la misma distribución estadística independientemente del año electoral y similarmente se observa el caso para candidatos (figura 3) y para partidos (figura 4).

Específicamente, se halló que el mejor ajuste de las distribuciones de votos entre los candidatos (número de participantes que recibieron una fracción de votos  $v$ ) es el de la distribución de Pareto:

$$N_v = \frac{\alpha M^\alpha}{v^{\alpha+1}}, \quad v \geq M \quad (3)$$

Donde  $\alpha \geq 0$  es un exponente de escalamiento y  $M$  es la moda de distribución. Según el criterio Lévy, la distribución (3) es estable cuando  $0 \leq \alpha < 2$  [15]. En el caso de  $\alpha > 0$ , la distribución acumulativa es

$$F(V \leq v) = 1 - \left(\frac{M}{v}\right)^\alpha \quad (4)$$

entonces, la fracción de los participantes que recibieron el porcentaje de votos mayor que  $v$  se comporta de acuerdo a la ley de potencia

$$P(V > v) = 1 - F(V \leq v) = \left(\frac{M}{v}\right)^\alpha \quad (5)$$

lo que implica un comportamiento lineal en las coordenadas logarítmicas (véase figura 2).

Un aspecto importante de este análisis es que los parámetros de la distribución de Pareto (4), obtenidos para diferentes elecciones, muestran sólo algunas pequeñas variaciones y el

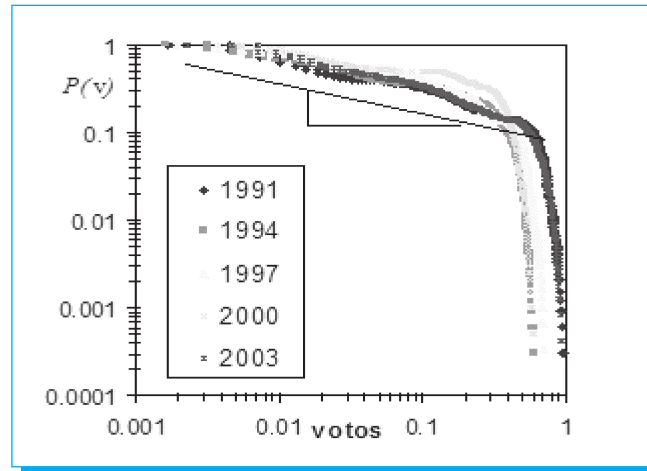


Fig. 2. Distribución de los votos entre vecinos a diputados por mayoría relativa en las elecciones federales de 1991-2003.

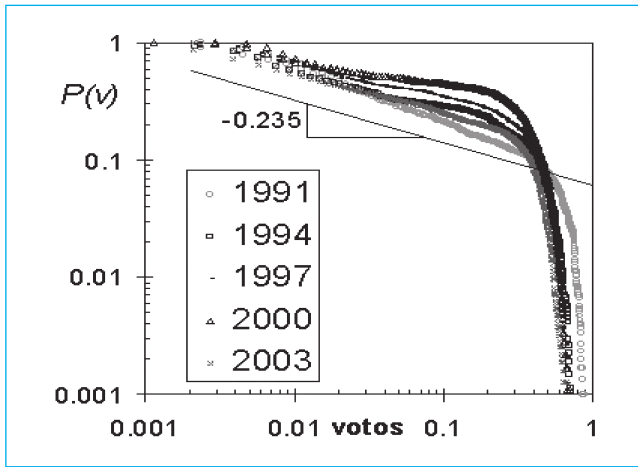
valor del exponente es básicamente el mismo para todas las elecciones federales durante el periodo 1991-2003 (tabla 1).

Al mismo tiempo, se aprecia la diferencia entre los parámetros de distribuciones de votos por vecinos, candidatos y por partidos (ver tabla 1 y figuras 2, 3, 4).

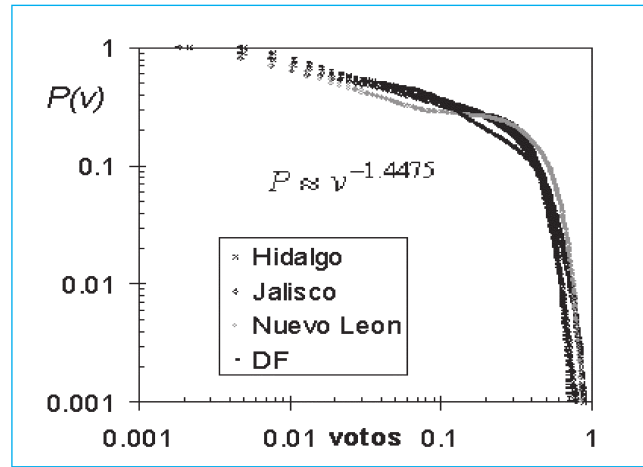
Tabla 1. Parámetros de la distribución de Pareto de los votos, por vecinos, candidatos y por partidos políticos a nivel federal.

Año	Vecinos		Candidatos	
	Moda	$\alpha_v$	Moda	$\alpha_c$
1991	1.850E-03	0.339	1.240E-04	0.195
1994	1.653E-03	0.332	3.200E-04	0.232
1997	2.000E-03	0.317	4.800E-04	0.240
200	1.960E-03	0.292	1.130E-03	0.265
2003	2.530E-03	0.353	2.990E-04	0.243
Promedio	1.999E-03	0.327	4.706E-04	0.235
DS	3.262E-04	0.023	3.896E-04	0.025

Año	Partidos	
	Moda	$\alpha_c$
1991	3.170E-04	0.490
1994	3.120E-04	0.475
1997	2.850E-04	0.408
200	6.160E-03	0.466
2003	2.163E-04	0.433
Promedio	3.170E-04	0.454
DS	?????	0.033



**Fig. 3.** Distribución de los votos entre candidatos a diputados por mayoría relativa en las elecciones federales de 1991-2003.

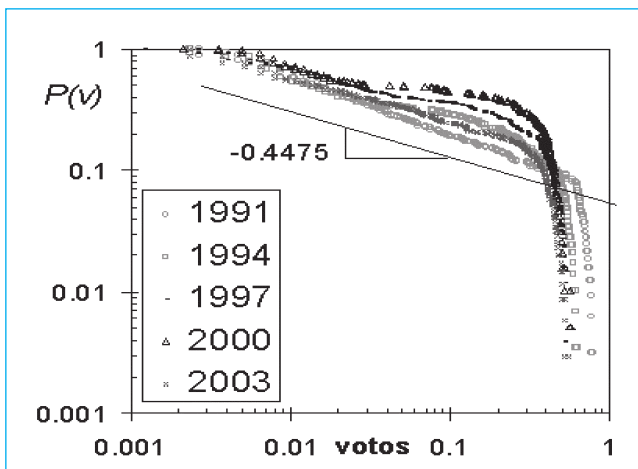


**Fig. 5.** Distribución de los votos entre los partidos políticos en cuatro entidades federativas, durante las elecciones federales de 2003.

De igual forma, para cada elección se realizó el mismo análisis en cada una de las entidades federativas.

Se observa que las distribuciones de los votos, independientemente de su situación económica, política (qué partido gane la elección) y cultural entre todas las entidades federativas ( $\alpha_p$ ), todos los distritos ( $\alpha_c$ ) y todas las casillas de cada distrito ( $\alpha_v$ ), se caracterizan por el mismo exponente salvo pequeñas variaciones. En la figura 5 se ejemplifica la similitud estadística de la distribución de votos entre diferentes entidades federativas, cabe señalar que las situaciones económicas, culturales y partidos gobernantes son distintas entre las cuatro entidades mostradas.

Para el análisis por vecinos se tomó el promedio de 300 distribuciones realizadas en cada año electoral y después se tomó el promedio de los cinco años electorales, de igual manera se tomó el promedio de las 32 distribuciones para candidatos y posteriormente el promedio de los cinco años electorales; en el caso de partidos únicamente se realizó una distribución por año electoral y se tomó el promedio de los cinco años electorales (tabla 2).

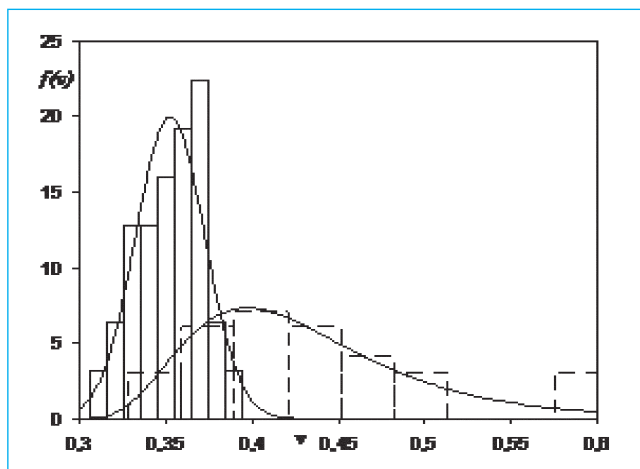


**Fig. 4.** Distribución de los votos entre los partidos políticos en las elecciones federales de 1991-2003.

**Tabla 2.** Media y desviación estándar ( $\sigma$ ) de las distribuciones del exponente Pareto:  $\alpha_v$ ,  $\alpha_c$  y  $\alpha_p$ .

Año	Vecinos $\alpha_v$		Candidatos $\alpha_c$	
	Promedio	$\sigma$	Promedio	$\sigma$
1991	0.339	0.020	0.195	0.007
1994	0.332	0.013	0.232	0.049
1997	0.317	0.010	0.240	0.023
200	0.292	0.009	0.265	0.102
2003	0.353	0.020	0.243	0.082
Promedio	0.327	0.014	0.235	0.053
$\pm \sigma$	0.023		0.025	

Año	Partidos	
	$\alpha_p$	$\sigma$
1991	0.490	0.108
1994	0.475	0.093
1997	0.408	0.038
200	0.466	0.051
2003	0.433	0.068
Promedio	0.454	0.072
DS	0.033	



**Fig. 6.** Distribución de valores del exponente  $\alpha$  de la distribución de votos entre partidos políticos obtenidos para todas las entidades federativas en el periodo 1991-2003.

Esto muestra que trabajamos con una red pseudofractal, ya que el grado de agrupación que caracteriza a los diferentes grupos sigue una estricta ley de potencia, la cual muestra las propiedades que identifican la presencia de una organización jerárquica en la red de votantes.

La distribución de los exponentes muestra una distribución normal, por lo que de esta forma se justifica el haber tomado la media (promedio) mostradas en la tabla 2, como medida de tendencia central (figura 6).

Así pues, los resultados muestran que la red electoral en México se distingue por tres exponentes, los cuales caracterizan las distribuciones de votos entre candidatos  $\alpha_c = 0.24 \pm 0.04$ , y entre partidos  $\alpha_p = 0.45 \pm 0.04$ ; así como distribución de votos por casillas  $\alpha_v = 0.33 \pm 0.02$ . Es importante destacar que los valores de estos exponentes son prácticamente los mismos para todos los distritos, todas las entidades y todos los años de elección.

### 4.3 Análisis y discusión

La elección de los ciudadanos al momento de emitir su voto tiene la misma tendencia. Más aún, se ha visto de forma analítica que la ley de potencia indica la generalidad de un modelo social y es persistente alrededor de los pequeños sistemas gubernamentales [6-9]. La sorprendente similitud en las distribuciones de votos en todas las entidades, a pesar de las enormes diferencias económicas y sociales entre las regiones del país, así como la similitud en distribución de votos en diferente elecciones, son una señal del mecanismo común que existe en el proceso de toma de decisiones.

**Tabla 3.** Exponente  $\theta = \alpha_c + 1$  para la distribución de votos entre candidatos para elecciones de diferentes países.

Indonesia	India	México	Brasil	Suecia
1.41	1.32	<b>1.24</b>	1.00	0.96

Anteriormente, en el análisis estadístico de las elecciones realizadas en Brasil [16,17], Indonesia [18], Suecia [19] e India [20] se demostró que la distribución de los votos entre los candidatos se comporta conforme a una ley de potencia (4), pero con diferentes exponentes  $\alpha_d$  (presentados en la tabla 3). Cabe señalar que en los trabajos mencionados [16-20] no se analizaron las distribuciones de los votos entre partidos y en las casillas, debido a que los sistemas electorales en los países analizados son diferentes en relación a México.

Los autores [20] realizaron simulaciones numéricas de las elecciones, basadas en el modelo Sznajd de una red pseudofractal, el cual reproduce la distribución de ley de potencia (3). Se establece que las diferencias en la simulaciones Sznajd sobre las redes pseudofractales de las elecciones efectuadas en India y Brasil, se deben principalmente al número de candidatos considerados en cada una. En Brasil el número de candidatos es casi el 0.005% de los nodos de la malla, mientras que para el formador es 0.01%. El punto fijado (consenso) se alcanza más rápido conforme es mayor la densidad de los candidatos.

Por otra parte, se aprecia que muchas redes sociales comparten dos propiedades genéricas: son ajenas a una sola escala característica (libre escala) y despliegan un alto grado de agrupación. Estas dos características son consecuencia de una organización jerárquica, implicando que los pequeños grupos de nodos se organizan de una forma jerárquica en grupos más grandes mientras se conserve una topología de libre escala. En una red de libre escala, el grado probable de los diversos nodos sigue una distribución de ley de potencia [21]:

$$P(k) = ck^{-\gamma} \quad \text{para } k_0 \leq k \leq K \quad (6)$$

donde  $c$  es un factor apropiado de normalización,  $\gamma$  es el exponente de la distribución de conexiones,  $k_0$  es el grado mínimo de cualquier nodo dado, y el grado de corte  $K$  depende del tamaño de la red  $N$  como  $K = k_0 N^{1/(\gamma-1)}$  [21]. De acuerdo a esto, un mayor valor de  $\gamma$  conduce a una conexión insignificante de la red.

Para una red fractal,  $\gamma$  está relacionada al exponente de la distribución (3) como [22]

**Tabla 4.** Exponente de conectividad y dimensión fractal de las redes electorales en diferentes países.

	Indonesia	India	México		
			Candidatos	Vecinos	Partidos
$\gamma$	3.44	4.13	5.17	4.03	3.22
$D_F$	6.56	4.00	4.00	4.00	11.00

$$\gamma = 1 + \frac{1}{\alpha} \quad (7)$$

Además, si  $3 < \gamma \leq 4$ , la dimensión fractal de una red libre de escala,  $D_F$ , está relacionada con  $\gamma$  como [21]:

$$D_F = 2 \frac{\gamma - 2}{\gamma - 3} \quad \text{y, por lo tanto,} \quad D_F = 2 \frac{1 - \alpha}{1 - 2\alpha} \quad (8)$$

mientras que para el caso de  $\gamma > 4$  la dimensión fractal de la red tiene un valor universal de  $D_F = 4$  [21].

Con base en lo anterior, la diferencia en los valores del exponente de Pareto para la distribución de votos (en diferentes países) puede ser atribuida a la diferencia en la dimensión fractal (véase tabla 4).

Debería ser señalado que la red de votación en México está caracterizada por diferentes exponentes de conectividad en la escala local (vecindad) y en la escala global (estado, federación). Esto es fácil de comprender si se considera que los votantes vecinos están menos conectados que en el caso de los votantes en la red global. Se aprecia que los votantes mexicanos están menos conectados que los de India e Indonesia (véase tabla 3).

### 5. Conclusiones

La distribución de votos en México se rige por distribuciones estadísticas de colas pesadas, en particular por una distribución de Pareto, como se ve en la ecuación (3). Los exponentes de escalamiento analizados por vecinos, candidatos y partidos son:  $\alpha_v = 0.327 \pm 0.023$ ,  $\alpha_c = 0.235 \pm 0.025$ ,  $\alpha_p = 0.454 \pm 0.033$ , para cualquier año electoral. Así mismo, estos exponentes de escalamiento, analizados por casillas, distritos y estados, tienen los siguientes valores respectivos:  $\alpha_v = 0.327 \pm 0.023$ ,  $\alpha_c = 0.235 \pm 0.025$ ,  $\alpha_p = 0.454 \pm 0.033$ , que son independientes del nivel económico, político y cultural de los votantes; no obstante, dentro de la red social ellos no son completamente libres en el régimen democrático, ya que las preferen-

cias individuales están fuertemente influenciadas por la sección en donde se encuentre inmerso.

Por las propiedades que muestran las distribuciones de colas pesadas [18], la red de votantes en México se describe con una estructura del tipo pseudofractal, siendo así jerárquica y libre de escala, caracterizada por dos dimensiones fractales: la universal, siendo menos densa, con  $D_F = 4$ , y la dimensión fractal de los votos a los partidos y vecinos de la red, con una densidad mayor en la red de votantes a nivel partido político confirmado con una  $D_F = 11$ . La dimensión fractal más grande de los votos indica la fuerte disciplina en las organizaciones partidistas, lo que conduce a votaciones determinísticas de los miembros de los partidos de votantes (efecto del voto duro).

Se resalta el hecho de la posibilidad de modelar los sistemas sociales; sin embargo, no hay una verdad absoluta, pero se pueden enfatizar algunas proyecciones básicas de los resultados electorales dentro de situaciones muy complejas.

### Agradecimientos

Este trabajo ha sido apoyado por el CONACYT, a través del Proyecto de Grupo núm. 44722, así como por el CGPI-IPN, mediante el Programa Interinstitucional 206. Asimismo, los autores agradecen al IFE la facilidad que brindó en la obtención de los datos para dicha investigación.

### 6. Referencias

- [1] A. Balankin, Fractal Behavior of Complex Systems, *Científica*, vol. 7, No. 3, pp. 109-128 (2003).
- [2] S. Galam, *Application of Statistical Physics to Politics*, arXiv:cond-mat/0004306 (2000).
- [3] W. Weidlich, *Modeling Complexity in Economic and Social Systems*, ed. F. Schweitzer (World Scientific Singapore, 2002).
- [4] W. Weidlich, *Sociodynamics: A Systematic Approach to Mathematical Modeling in the Social Sciences* (Harwood Academic Publishers, 2000).
- [5] N. Schofield and R. Parks, Nash Equilibrium in a Spatial Model of Coalition Bargaining, *Mathematical Social Sciences*, vol. 39, pp. 133-174. (2000).
- [6] J. Adams and S. Merrill, Modeling Party Strategies and Policy Representation in Multiparty Elections: Why Are Strategies So Extreme? *American Journal of Political Science*, vol. 43, pp. 765-791 (1999).
- [7] D. Stauffer, Sociophysics Simulations, *Computing in Science & Engineering*, No. 3, pp 71-75 (2003).
- [8] S. Wasserman and K. Faust, *Social Network Analysis* (Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 1994).



- [9] J. M. López, Dinámica de la opinión pública en redes sociales de influencia, *Revista Española de Física*, vol. 16, núm. 5, pp. 59-62 (2002).
- [10] M. E. J. Newman, in *Handbook of Graphs and Networks: from the Genome to the Internet*, edited by S. Bornholdt and H. G. Schuster (Wiley-VCH, Berlin, 2003).
- [11] S. N. Dorogovtsev and J. F. F. Mendes, *Evolution of networks: From biological nets to the Internet and WWW* (Oxford University Press, Oxford, 2003).
- [12] P. Bak, *How Nature Works: The Science of Self-Organised Criticality* (New York, NY: Copernicus Press, 1996).
- [13] A. S. Balankin, O. Morales M., E. Gálvez M., A. Pérez A., Crossover from antipersistent to persistent behaviour in time series possessing the generalized dynamic scaling law, *Review, Ser. E*, V. 69, No. 3 (2004).
- [14] <http://www.ife.org.mx>
- [15] *Lévy Flights and Related Topics in Physics*, edited by Shlesinger M F, Zaslavsky G M and Frisch U (Berlin: Springer-Verlag, 1995).
- [16] R. N. Costa Filho, M. P. Almeida, J. S. Andrade, Jr., and J. E. Moreira, Scaling behavior in a proportional voting process, *Physical Review, Ser. E*, V. 60, No. 1, pp. 1067-1068 (1999).
- [17] R.N. Costa Filho M.P. Almeida, J.E. Moreira, J.S. Andrade Jr., «Brazilian elections: voting for a scaling democracy», *Physica A*, vol. 322, pp. 698-700 (2003).
- [18] Situngkir, Hokky. *The Power-law Signature in Indonesian Legislative Election*. Preprint: arxiv: nlin.AO/0405002 (2004).
- [19] S.G. Alves, M.N. Olivera y M.N. Martins, *Electoral Surveys on the Voting Processes: a cellular automata model*, arXiv:cond-mat/0204139 (2002).
- [20] M.C. Gonzalez, A.O. Sousa, H.J. Herrmann, *Opinion Formation on a Deterministic Pseudo-fractal Network*, arXiv:cond-mat/0307537 (2003).
- [21] R. Cohen y Sh. Halvin, «Fractal Dimensions on Percolating Networks», *Physica A* (2004).
- [22] *Complexity, Metaphors, Models and Reality*, G. A. Cowan, D. Pires, D. Meltzer, eds. (Addison-Wesley, Santa Fe, 1994).
- [23] [www.palisade.com](http://www.palisade.com)

# DIGITAL DOT

SERVICIOS

DIGITALES

ELECTRÓNICOS

INTEGRALES

Producción y posproducción en audio y video

Centenario 3, Col. Del Carmen,  
Coyoacán, México, DF.

5339 5880

5339 5474