

Evaluación de una bomba de calor de Carnot operando en tiempo finito

José-Alfredo Jiménez-Bernal
Claudia-del-Carmen Gutiérrez-Torres
Juan-Gabriel Barbosa-Saldaña
Pedro Quinto-Diez

Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME) Zacatenco, Instituto Politécnico Nacional (IPN), Unidad Profesional Adolfo López Mateos Edificio 5, 3er, Col. Lindavista, CP 07738, México DF. MÉXICO.

email: jjimenezb@ipn.mx

Recibido el 9 de febrero de 2005; aceptado el 14 de octubre de 2005.

1. Resumen

El desarrollo de un nuevo modelo matemático para la evaluación del coeficiente de operación de una bomba de calor de Carnot que opera en tiempo finito (COP_{BCTF}) se presenta en este trabajo. Se asume que el ciclo en el que opera esta bomba de calor es internamente reversible y externamente irreversible. Las irreversibilidades que ocurren debido a la duración finita de tiempo del ciclo se incluyen en los dos procesos de transferencia de calor que forman parte del ciclo. Por otra parte, la contribución de tiempo de los procesos adiabáticos se desprecia en la evaluación del tiempo total del ciclo.

Durante el desarrollo del modelo, se observó que la ecuación del coeficiente de operación y la entropía generada son función de la relación de temperaturas del fluido de trabajo en el proceso de absorción y de rechazo de calor del ciclo (T_{FB}/T_{FA}). De ahí que el valor de T_{FB}/T_{FA} obtenido a partir de la minimización de la entropía generada es el valor que representa el coeficiente de operación máximo. Finalmente, la ecuación resultante está conformada por los siguientes parámetros: temperatura de la fuente de baja temperatura (T_B), temperatura del sumidero de alta temperatura (T_A), conductancia térmica en el proceso de absorción de calor (UA)_B y conductancia térmica en el proceso de rechazo de calor (UA)_A.

La ecuación para el COP_{BCTF} es una ecuación general ya que al aplicar las condiciones de un proceso de transferencia de calor reversible se transforma en la ecuación para el coeficiente de operación de bomba de calor de Carnot reversible (COP_{BCR}).

Palabras clave: bomba de calor, endorreversible, tiempo finito, irreversibilidad, reversible, entropía generada..

2. Abstract (Evaluation of a Carnot Heat Pump Working on Finite Time)

A new mathematical model to evaluate the coefficient of performance of a finite time Carnot heat pump is developed in this study. It is assumed that its cycle is internally reversible and externally irreversible. The irreversibilities due to finite time processes are included in the heat transfer processes of the cycle. On the other hand, the time contribution of the adiabatic processes is neglected during the total time evaluation.

It was shown that both, the coefficient of performance and the entropy generation, are function of the fluid temperatures ratio T_{FB}/T_{FA} . The value of this function is obtained through the minimization of the entropy generation. Thus, this value minimizes the entropy generation and maximizes the coefficient of performance. Finally, the coefficient of performance equation has the following parameters: low temperature (source), high temperature (sink), and thermal conductance of absorption and rejection heat transfer processes.

Furthermore, this model is a mathematical generalization because reversible heat transfer conditions transform this equation into the coefficient of performance of the reversible Carnot heat pump equation.

Keywords: heat pump, endo-reversible, finite time, irreversibility, reversible, entropy generation.

3. Introduction

La termodinámica es una rama de la física y de la ingeniería que ha permitido estudiar un sin número de aplicaciones que involucran transformaciones de energía. A través del uso de sus principios básicos se han establecido los límites máximos de operación (rendimiento térmico (η), coeficiente de operación (COP), etc.) de diferentes máquinas térmicas.

La bomba de calor tiene como principal función transferir energía en forma de calor desde una fuente de baja temperatura hasta un sumidero de alta temperatura. La ecuación con la que se evalúa su nivel de operación es el coeficiente de operación de bomba de calor (COP_{BC}), el cual relaciona la cantidad de energía que se suministra en forma de calor al sumidero de alta temperatura por unidad de energía en forma de trabajo necesaria para dicho fin. Por otra parte, la ecuación más simple que se ha desarrollado para evaluar el COP_{BC} es el COP_{BCR} , el cual es obtenido a partir del análisis de un ciclo que es totalmente reversible; por lo que se desarrolla en un tiempo infinito. Por este motivo, dicho modelo no reproduce con precisión los valores de COP_{BC} reales. Esta limitación es superada en cierta medida al considerar que la bomba de calor opera en un tiempo finito y que todas las irreversibilidades provocadas al operar en tiempo finito se engloban en los procesos de transferencia de calor que forman parte del ciclo.

Esto se apoya en una relativamente nueva rama de la termodinámica, la cual se conoce como termodinámica endorreversible (TE) o termodinámica de tiempo finito (TTF).

Para efectuar un estudio empleando la TTF se debe recurrir a una máquina endo-reversible, la cual fue definida por Rubin en el año de 1979 [1]. Dicha máquina es aquella en la cual su fluido de trabajo sufre únicamente transformaciones reversibles durante su operación (internamente reversible); así mismo, este tipo de máquinas se acopla a los alrededores a través de procesos irreversibles (externamente irreversible). Diversos estudios se han realizado empleando este tipo de máquina en las últimas tres décadas [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9].

En el estudio que se presenta en este trabajo para el desarrollo del modelo de COP_{BCTF} , se emplea una máquina endorreversible que opera en tiempo finito. Dicha máquina es internamente reversible y externamente irreversible. Además, las irreversibilidades debido a la operación en tiempo finito se engloban en los procesos de transferencia de calor. Por otra parte se asume que los procesos adiabáticos ocurren instantáneamente.

4. Desarrollo

El COP_{BC} se evalúa mediante la ecuación (1), en la cual Q_A es el calor transferido al sumidero de alta temperatura y W es la cantidad de trabajo suministrada a la bomba de calor para su operación. La ecuación (1) puede ser aplicada tanto a bombas de calor reversibles como irreversibles.

$$COP_{BC} = \frac{Q_A}{W} \quad (1)$$

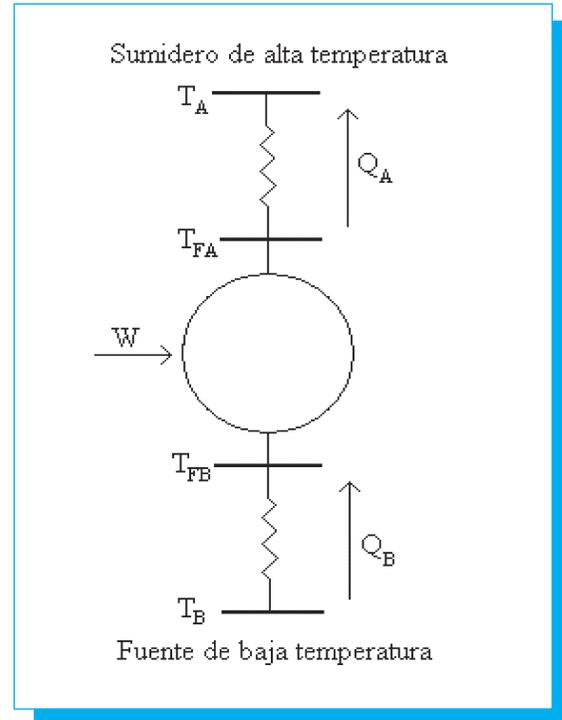


Fig. 1. Bomba de calor endorreversible.

Por otra parte, el máximo coeficiente de operación de una bomba de calor reversible que opera entre dos niveles de temperatura se calcula mediante la ecuación (2). En esta ecuación, T_B representa la temperatura de la fuente de baja temperatura y T_A corresponde a la temperatura del sumidero de alta temperatura.

$$COP_{BCR} = \frac{1}{1 - \frac{T_B}{T_A}} \quad (2)$$

En donde T_B es la temperatura a la cual se extrae energía en forma de calor de los alrededores y T_A es la temperatura del espacio o recinto que se desea calentar.

El diagrama esquemático de una bomba de calor endo-reversible (internamente reversible) que opera en tiempo finito se presenta en la figura 1. En ella se ilustran los procesos de transferencia de calor (absorción y rechazo) que se desarrollan en tiempo finito. En el caso del proceso de rechazo de calor se tiene una diferencia de temperaturas entre el fluido de trabajo y el sumidero de alta temperatura ($T_{FA} - T_A$) y en el caso de absorción de calor se tiene una diferencia entre la fuente de baja temperatura y el fluido de trabajo ($T_B - T_{FB}$).

Por otra parte, debido a la condición de endorreversibilidad se tiene que:

$$\frac{T_{FA}}{T_{FB}} = \frac{Q_A}{Q_B} \quad (\text{condición de endorreversibilidad}) \quad (3)$$

Después de realizar las combinaciones correspondientes entre las ecuaciones (3) y la ecuación (1) se obtiene la ecuación (4), la cual corresponde al COP_{BCTF} . La diferencia principal entre la ecuación (2) y la ecuación (4) radica en el hecho de que esta última es ahora función de la relación de temperaturas que se tienen en el fluido de trabajo en el proceso de absorción y en el proceso de rechazo de calor T_{FB}/T_{FA} .

$$COP_{BCTF} = \frac{1}{1 - \frac{T_{FB}}{T_{FA}}} \quad (4)$$

Al realizar la combinación entre la condición de endorreversibilidad y la entropía generada, se obtiene la ecuación (5), en donde $\tau = t_A + t_B$ es el tiempo total del ciclo (el tiempo de los procesos adiabáticos se desprecia). Dicha ecuación es, al igual que la ecuación (4), función de la relación T_{FB}/T_{FA} ; por lo que se puede asumir que existe un valor para esta relación que minimice la entropía generada y que a su vez maximice el valor de COP_{BCTF} .

$$S_{gen} = -\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_A}{T_A} - \frac{Q_B}{T_B} = Q_A \left[\frac{1}{T_A} - \frac{T_{FB}}{T_{FA} T_B} \right] \quad (5)$$

Por otra parte, la energía rechazada en forma de calor (Q_A) es evaluada mediante la ecuación (6), en donde \dot{Q}_A es la cantidad de calor por unidad de tiempo, $(UA)_A$ es la conductancia térmica, T_{FA} es la temperatura del fluido de trabajo y T_A es la temperatura del sumidero de alta temperatura.

$$Q_A = \dot{Q}_A t_A = (UA)_A t_A (T_{FA} - T_A) \quad (6)$$

De igual forma, la energía absorbida en forma de calor (Q_B) es evaluada mediante la ecuación (7), en donde \dot{Q}_B es la cantidad de calor por unidad de tiempo, $(UA)_B$ es la conductancia térmica, T_{FB} es la temperatura del fluido de trabajo y T_B es la temperatura de la fuente de baja temperatura.

$$Q_B = \dot{Q}_B t_B = (UA)_B t_B (T_B - T_{FB}) \quad (7)$$

Al hacer las sustituciones correspondientes en la ecuación (5) para eliminar T_{FA} a partir de los valores que se tienen en las ecuaciones (6) y (7), y la condición de endorreversibilidad, se obtiene la ecuación (8) para la relación T_{FB}/T_{FA} , en la que $T_A, T_B, (UA)_A, (UA)_B$ y $C^{-1} = Q_A/\tau$ son constantes y $T^* = T_{FA} - T_A$ es variable.

$$\frac{T_B [(UA)_A C T^* - 1]}{(UA)_A C T^{*2} - \left(1 - \frac{(UA)_A}{(UA)_B} - T_A (UA)_A C\right) T^* - T_A} \quad (8)$$

La ecuación (8) es función de T^* por lo que al derivar esta ecuación e igualar el resultado a cero, se obtiene la solución que se presenta en la ecuación (9). Considerando el hecho de $T^* = T_{FA} - T_A$ no puede ser negativa debido a que físicamente $T_{FA} > T_A$ para que se dé el proceso de transferencia de calor hacia el sumidero de alta temperatura, por lo que se escoge la solución con el signo positivo. Una solución similar fue reportada por J.L. Torres en 1988 para el caso de un refrigerador [10].

$$T^* = \frac{1}{C(UA)_A} \left[1 \pm \sqrt{\frac{(UA)_A}{(UA)_B}} \right] \quad (9)$$

A partir de la ecuación (9) se puede obtener el valor de la temperatura del fluido de trabajo en el proceso de rechazo de calor hacia el sumidero de alta temperatura.

$$T_{FA} = T_A + \frac{1}{C(UA)_A} \left[1 + \sqrt{\frac{(UA)_A}{(UA)_B}} \right] \quad (10)$$

Así mismo, al sustituir la solución con signo positivo de la ecuación (9) en la ecuación (8), se obtiene finalmente la relación T_{FB}/T_{FA} .

$$\frac{T_{FB}}{T_{FA}} = \frac{T_B}{T_A + \frac{1}{C(UA)_A} \left(1 + \left(\frac{(UA)_A}{(UA)_B} \right)^{1/2} \right)^2} \quad (11)$$

Por lo que, al sustituir la ecuación (11) en la ecuación (4), se obtiene finalmente la ecuación para el COP_{BCTF} .

$$COP_{BCTF} = \frac{1}{1 - \frac{T_B}{T_A + \frac{1}{C(UA)_A} \left(1 + \sqrt{\frac{(UA)_A}{(UA)_B}} \right)^2}} \quad (12)$$

El modelo matemático obtenido para la evaluación del coeficiente de operación de una bomba de calor de Carnot que opera en tiempo finito presentado en la ecuación (12), se diferencia claramente del modelo totalmente reversible mostrado en la ecuación (2). En este último no aparecen las conductancias térmicas que se tienen en los procesos de absorción y rechazo de calor, ni el calor rechazado al sumidero de alta temperatura en el tiempo total del ciclo. Así mismo, la ecuación (12) representa una ecuación general, ya que al aplicar las condiciones de procesos de transferencia de calor reversibles el término $[C(UA)_A]^{-1}$ tiende a cero y la ecuación (12) se transforma en la ecuación (2).

5. Conclusiones

Se presentó el desarrollo de un nuevo modelo matemático para la evaluación del coeficiente de operación de una bomba de calor de Carnot operando en tiempo finito. Este modelo se derivó de la aplicación del criterio de mínima generación de entropía, el cual permitió la evaluación de la relación de temperaturas del fluido de trabajo T_{FB}/T_{FA} de los procesos de absorción y rechazo de calor, respectivamente. El valor de dicha relación permitió la minimización de la entropía generada y la maximización del coeficiente de operación. Este modelo se propone como el nuevo parámetro de comparación del comportamiento de las bombas de calor reales, sustituyendo así al de Carnot reversible, que está basado en la termodinámica clásica y que no considera ningún tipo de irreversibilidad. El valor del COP_{BCTF} siempre es menor que el COP_{BCR} , porque toma en cuenta las irreversibilidades externas que se presentan como consecuencia de la transferencia de calor que se desarrolla en tiempo finito. Este nuevo modelo podría utilizarse adecuadamente como criterio de límite a alcanzar por las bombas de calor reales. Para continuar avanzando en este

campo de estudio, se propone que este nuevo modelo de coeficiente de operación de bombas de calor se aplique a resultados experimentales para que se evalúe su utilidad de manera práctica.

Así mismo, este modelo tiene también aplicación académica, ya que permite mostrarle al estudiante de manera simple el efecto de considerar procesos que no son totalmente reversibles durante la evaluación del coeficiente de operación.

6. Referencias

- [1] M.H. Rubin, «Optimal Configuration of a Class of Irreversible Heat Engines» I, II, *Phys. Rev. A*, vol. 19, No. 3, pp. 1272-1289, 1979.
- [2] F.L. Curzon y B. Ahlborn, «Efficiency of a Carnot Engine at Maximum Power Output», *Am. J. Phys.*, vol. 43, pp.22-24, 1975.
- [3] B. Andresen, P. Salamon y R.S. Berry, «Thermodynamics in Finite Time», *Phys. Today*, Vol. 37, pp. 62-70, 1984.
- [4] Bejan, *Advanced Engineering Thermodynamics*, John Wiley & Sons, New York, 1988.
- [5] R.S. Berry, V.A. Kazakov, S. Sieniutycz, Z. Szwast y A.M. Tsirlin, *Thermodynamic Optimization of Finite-Time Processes*, John Wiley & Sons, New York, 1999.
- [6] S. Sieniutycz, P. Salamon, *Finite-Time Thermodynamics and Thermoconomics*, Taylor and Francis, New York, 1990.
- [7] J.M. Burzler y K.H. Hoffmann, Optimal Endoreversible Heat Engines with Polytropic Branche, *Int.J. Thermodynamics*, Vol.6, pp.69-78, 2003.
- [8] J.A. Jiménez-Bernal, *Desarrollo de modelos endorreversibles para máquinas térmicas de potencia y de refrigeración*, Tesis de Maestría, SEPI-ESIME IPN, México, 2000.
- [9] P. Quinto-Diez, J.A. Jiménez-Bernal, F. Sánchez-Silva F. y I. Carvajal-Mariscal, «Coeficiente de operación del ciclo de Carnot endorreversible, usando el criterio de mínima generación de entropía», *Información Tecnológica Revista Internacional*, vol. 13, No. 2, 139-144, 2002.
- [10] J.L. Torres, «Minimal Rate of Entropy Production as a Criterion of Merit for Thermal Engines», *Revista Mexicana de Física*, vol. 34, No.1, pp. 18-24, 1988.

Magno Congreso Internacional de Computación CIC-IPN

del 21 al 24 de noviembre de 2006