

Metodología de intercepción múltiple de trayectorias bidimensionales aplicada a un sistema de manufactura flexible

J. Alejandro Flores Campos*
L. Héctor Hernández Gómez
Emmanuel A. Merchán Cruz

Sección de Estudios de Posgrado e Investigación (SEPI),
Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME),
Instituto Politécnico Nacional (IPN).
UPALM, Col. Lindavista, México, DF.
MÉXICO

Tel. 5729 6000 ext. 54740

email: * alejandro_janee@yahoo.com

Recibido el 20 de mayo de 2004; aceptado el 11 de febrero de 2005.

1. Resumen

En este trabajo se presenta la aplicación de la metodología llamada: *intercepción múltiple de trayectorias bidimensionales* para generar la trayectoria seguidora que intercepe dos objetos en forma múltiple. Las trayectorias de los objetos son descritas a través de sus modelos matemáticos. La trayectoria seguidora obtenida se utiliza como parámetro de solución a la cinemática inversa para obtener el historial cinemático y dinámico de los elementos que conforman al robot manipulador para que este describa dicha trayectoria. Se presentan dos ejemplos de simulación numéricos: El primer ejemplo consiste en interceptar dos partículas con movimiento parabólico vía un robot manipulador de dos grados de libertad (gdl). Ambas partículas inician su movimiento desde el mismo origen con ángulos y velocidades de disparo diferentes, en donde únicamente se considera la fuerza de gravedad. El segundo ejemplo consiste en implementar la metodología para generar la trayectoria del efector final de un robot industrial para que intercepte dos piezas que viajan sobre la banda transportadora de un sistema de manufactura flexible (SMF).

En el primer ejemplo, se considera el impacto de las partículas en movimiento con la trayectoria de la partícula seguidora. En el segundo ejemplo, se evita el impacto de la trayectoria seguidora con las piezas en movimiento.

Se plantea la metodología para ambos casos y se detallan las restricciones que deben considerarse en ambos sistemas. La posición y velocidades de los objetos en movimiento son obtenidas a través de un sistema de visión.

2. Abstract (Multiple Interception of Dimensional Trajectories Via Industrial Robot)

This work presents an application of the «*multiple interception of two-dimensional trajectories*» methodology to generate the follower trajectory that intercepts two objects in multiple form. The trajectories of the objects are described through their corresponding mathematical models. The obtained follower-trajectory is used as a parameter of solution for the inverse kinematics to obtain the kinematic and dynamic profiles of the robot manipulator's elements that describe such trajectory. Two numeric simulation examples are presented; the first one consists on intercepting two particles with parabolic movement via a robot manipulator of two degrees of freedom (dof). Both particles begin their movement at the same origin with different initial conditions, angles and speed of shot, the only external force considered is that exerted by the gravity. The second example, consists on implementing the methodology to generate the trajectory at the final effector of an industrial robot to intercept two pieces that travel on a conveyor belt in a Flexible Manufacturing System (FMS). The first example considers the impact of the particles in movement with the trajectory of the follower particle.

The methodology is applied for both cases and the considered restrictions are specified for both systems. The position and speeds of the objects in movement are obtained through a vision system.

Palabras clave: Intercepción múltiple, planeación de trayectorias, robot interceptor, FMS.

3. Introducción

Uno de los problemas más frecuentes en la industria manufacturera es la reducción de costos en la fabricación de sus productos. La eficiente trasportación de éstos dentro de la industria en tiempo y forma mantiene su competitividad en el mercado globalizado. La rapidez es un factor crucial sobre todo en las fábricas automatizadas[1]. Los sistemas de manufactura fueron diseñados no solo para realizar procesos automáticos sobre las piezas, sino también para mover piezas de una máquina a otra en el menor tiempo posible para realizar las operaciones de maquinado necesarias[2]. En los sistemas de manufactura flexible (FMS) existen dos o más máquinas de CNC que son alimentadas y descargadas por un robot manipulador. El proceso tradicional consiste en que el robot toma una pieza que se encuentra estacionada sobre la banda, para después colocarla en una máquina de CNC o en algún almacén. Cabe aclarar, que esta tarea requiere de tiempos de espera, estos son: el tiempo que permanece estacionada la pieza sobre la banda, mientras el PLC central envía la orden que habilita al robot manipulador para ir por ella y capturarla. Después se genera una trayectoria para que el robot coloque la pieza dentro de las máquinas o almacenes automáticos. El trabajo que realiza el robot de tomar pieza por pieza y colocarlas en la máquina de CNC se vuelve con costosa, desde el punto de vista de energía y desgaste de los elementos que conforman al robot[3].

Las máquinas de CNC en los sistemas de manufactura flexible se vuelven improductivas si se invierte mucho tiempo esperando a que las piezas lleguen una por una a través de un sólo robot alimentador. En la actualidad, para solucionar este problema previamente se planifican las tareas y se acomodan las piezas para agilizar la alimentación. También se auxilian de dispositivos que trabajan paralelamente de tal forma que cada uno de ellos alimenta sólo una máquina respectivamente[4-6]. Por tal motivo, y para recuperar esos tiempos de espera antes mencionados, en este trabajo se propone una metodología para generar una sola trayectoria que siga el efector final de un robot para que intercepte una o más piezas sobre la banda transportadora en pleno movimiento y alimente a dos o más máquinas de CNC con la misma trayectoria. Lo anterior traería como consecuencia un ahorro de energía, de tiempo y de mantenimiento al robot. Aumentando el desempeño del sistema.

4. Desarrollo

4.1 Definición del problema

Sean tres partículas: TPL1 (Trayectoria de la Partícula Libre 1), TPL2 (Trayectoria de la Partícula Libre 2) y TPS (Trayectoria de la Partícula Seguidora). TPL1 y TPL2 describen trayectorias conocidas. TPS es una trayectoria a calcular que inicia su movimiento en $t = t_1$ con $t_1 \in (t_0, T^*]$. De tal forma que es necesario

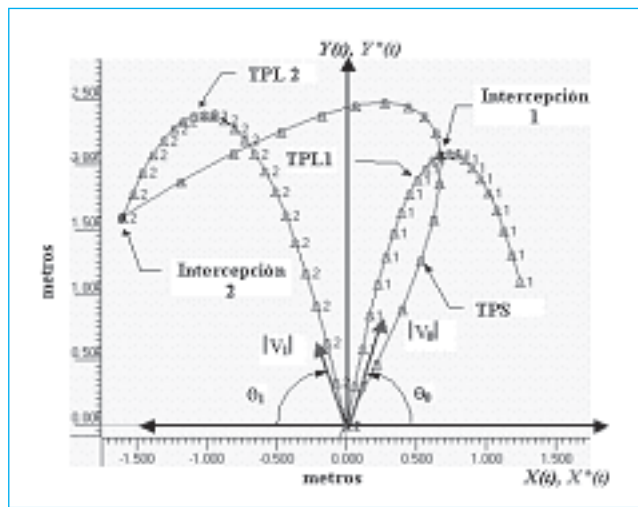


Fig.1. Fenómeno físico de intercepción.

determinar la trayectoria TPS para interceptar a TPL1 en el instante t_2 y TPL2 en el instante t_3 , estando acotados en el intervalo de tiempo $(t_1, t_2]$ y $(t_2, t_3]$. Cabe mencionar que TPL1 y TPL2 inician su movimiento en el instante $t = t_0 = 0$ s, con velocidades iniciales $|v_0|, |v_1|$ y ángulos de disparo θ_0, θ_1 , respectivamente.

4.2 El fenómeno físico

En la Figura 1, se muestra que la partícula TPS intercepta a las partículas TPL1 y TPL2 en puntos de intercepción predefinidos en los tiempo t_2 y t_3 , respectivamente.

$$\left. \begin{aligned} X(t) &= x_0 + v_0 \cos \theta_0 t \\ Y(t) &= y_0 + v_0 \sin \theta_0 t - (1/2)gt^2 \end{aligned} \right\} \text{TPL1} \tag{1}$$

$$\left. \begin{aligned} X(t) &= x_1 + v_1 \cos \theta_1 t \\ Y(t) &= y_1 + v_1 \sin \theta_1 t - (1/2)gt^2 \end{aligned} \right\} \text{TPL2}$$

La representación paramétrica del movimiento de TPL1 y TPL2 se caracterizan por las funciones $X(t)$ y $Y(t)$, respectivamente mostradas en (1).

Analizando a TPL1 y TPL2, se observa que se pueden representar de la siguiente forma:

$$\left. \begin{aligned} X(t) &= P_x(t) + R_1(t) \\ Y(t) &= P_y(t) + R_2(t) + R_3(t) \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

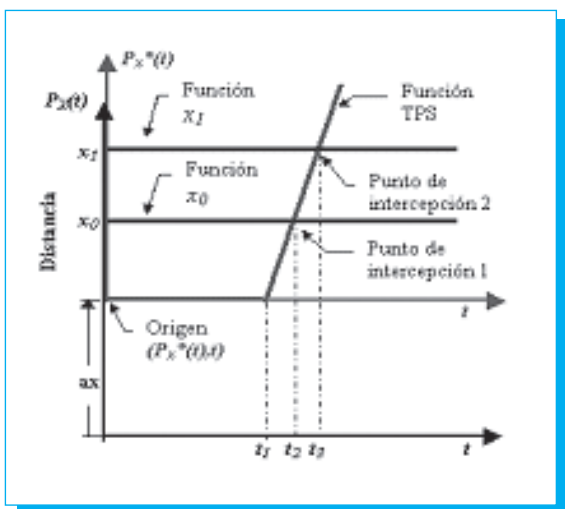


Fig.2. Función seguidora $(P_x^*(t),t)$ de TPS.

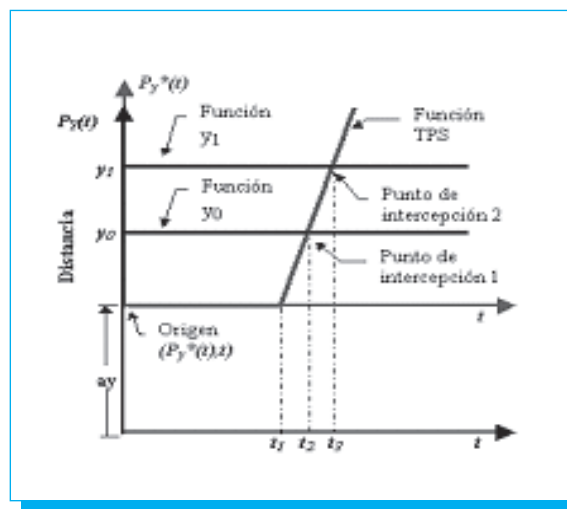


Fig.4. Función seguidora $(P_y^*(t),t)$ de TPS.

Donde $X(t)$ genera un movimiento rectilíneo uniforme y $Y(t)$ un movimiento uniformemente acelerado. Así, se tiene que las funciones: $P_x(t):[0,T] \rightarrow \mathfrak{R}^+$, $R_1(t):[0,T] \rightarrow \mathfrak{R}^+$, $P_y(t):[0,T] \rightarrow \mathfrak{R}^+$, $R_2(t):[0,T] \rightarrow \mathfrak{R}^+$ y $R_3(t):[0,T] \rightarrow \mathfrak{R}^-$ están representadas por las Figuras 2, 3, 4, 5 y 6, respectivamente.

4.3 El fenómeno real

El fenómeno real de intercepción de trayectorias involucra al espacio-tiempo. El objetivo es determinar las ecuaciones

dadas por las funciones en (3):

$$\begin{aligned} \text{TPS}_X(t) &= P_x^*(t) + R_1^*(t) \\ \text{TPS}_Y(t) &= P_y^*(t) + R_2^*(t) + R_3^*(t) \end{aligned} \quad (3)$$

donde:

$P_x^*(t):[t_1, T^*] \rightarrow \mathfrak{R}^+$, $R_1^*(t):[t_1, T^*] \rightarrow \mathfrak{R}^+$, $P_y^*(t):[t_1, T^*] \rightarrow \mathfrak{R}^+$, $R_2^*(t):[t_1, T^*] \rightarrow \mathfrak{R}^+$ y $R_3^*(t):[t_1, T^*] \rightarrow \mathfrak{R}^-$ con $T^* \leq T$ de tal manera que TPS_X y TPS_Y con un tiempo de retardo $t_i \in \mathfrak{R}$, intercepte a las funciones $X(t)$, $Y(t)$ de (3) en los tiempos de intercepción t_2 y t_3 .

Para ello, las funciones que definen la trayectoria: $\text{TPS} = \text{TPS}_X + \text{TPS}_Y$ tienen un comportamiento como el mostrado en las figuras de la 2 a la 6.

En las Figuras de la 2 a la 6 se ha asociado el sistema coordenado $(P^*(t),t)$ móvil, con los ejes paralelos al sistema coordenado $(P(t),t)$ fijo, y así sucesivamente con los demás.

4.4 Metodología: intercepción múltiple de trayectorias conocidas [7]

La definición de la función seguidora TPS formada por las siguientes funciones: $P_x^*(t)$, $R_1^*(t)$, $P_y^*(t)$, $R_2^*(t)$, $R_3^*(t)$ se hará de acuerdo con la siguiente metodología.

i) Observando las figuras de la 2 a la 6, se plantean las siguientes restricciones:

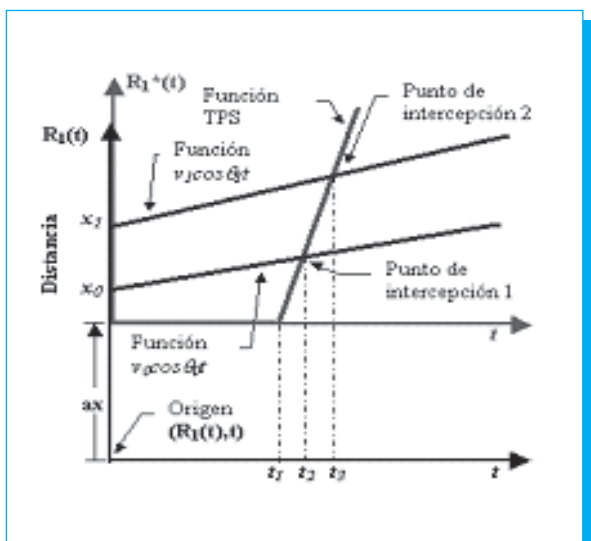


Fig.3. Función seguidora $(R_1^*(t),t)$ de TPS.

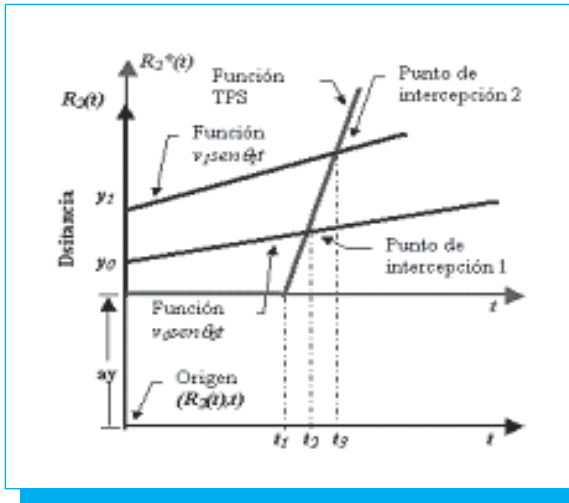


Fig.5. Función seguidora $(R_2^*(t), t)$ de TPS.

$$\left. \begin{aligned} P_X^*(t) &= R_1^*(t) = ax \\ P_Y^*(t) &= R_2^*(t) = R_3^*(t) = ay \end{aligned} \right\} t \in (0, t_1] \quad (4)$$

ii) Las funciones: $P_X^*(t): [t_p, T^*] \rightarrow \mathfrak{R}^+$, $R_1^*(t): [t_p, T^*] \rightarrow \mathfrak{R}^+$, $P_Y^*(t): [t_p, T^*] \rightarrow \mathfrak{R}^+$, $R_2^*(t): [t_p, T^*] \rightarrow \mathfrak{R}^+$ son lineales, mientras que la función $R_3^*(t): [t_p, T^*] \rightarrow \mathfrak{R}^-$ es una función cuadrática.

Se considera que los sistemas coordenados están orientados paralelamente.

De esta restricción se se tiene que:

$$\left. \begin{aligned} P_X^*(t_2) &= P_X(t_2) \\ R_1^*(t_2) &= R_1(t_2) \\ P_Y^*(t_2) &= P_Y(t_2) \\ R_2^*(t_2) &= R_2(t_2) \\ R_3^*(t_2) &= R_3(t_2) \end{aligned} \right\} t \text{ en } (t_1, t_2] \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} P_X^*(t_3) &= P_X(t_3) \\ R_1^*(t_3) &= R_1(t_3) \\ P_Y^*(t_3) &= P_Y(t_3) \\ R_2^*(t_3) &= R_2(t_3) \\ R_3^*(t_3) &= R_3(t_3) \end{aligned} \right\} t \text{ en } (t_2, t_3] \quad (6)$$

4.5 Solución al caso del tiro parabólico

4.5.1 Análisis de posición

Para encontrar la función seguidora TPS que intercepte a las partículas libres TPL1 y TPL2, es necesario aplicar iii).

iii) De acuerdo a los incisos i) y ii), se puede proponer la forma de la función TPS buscada, planteando el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} P_X^*(t) &= \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 \\ R_1^*(t) &= \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 \\ P_Y^*(t) &= \chi_0 + \chi_1 t + \chi_2 t^2 \\ R_2^*(t) &= \delta_0 + \delta_1 t + \delta_2 t^2 \\ R_3^*(t) &= \phi_0 + \phi_1 t + \phi_2 t^2 \end{aligned} \right\} t_1 \text{ en } (t_0, T^*] \quad (7)$$

Donde $\alpha_i, \beta_i, \chi_i, \delta_i, \phi_i, i = 0, 1, 2$ son los coeficientes a encontrar.

En la figura 2 se representa la posición «ax» que tendrá el efector final del robot interceptor sobre el eje $X(t)$. Debido a que el robot interceptor se encontrará en una posición siempre fija con respecto al sistema de coordenadas $(X(t), t)$. Por lo tanto, la distancia ax será constante durante el desarrollo del evento de intercepción.

Por otro lado, las funciones x_0 y x_1 están localizadas a las distancias $ax+x_0$ y $ax+x_0+x_1$ unidades, respectivamente. Estas distancias se miden en coordenadas absolutas, Es decir, desde el sistema inercial fijo $(X(t), t)$ y representan sobre el eje $X(t)$ las posiciones iniciales de disparo de las partículas libres TPL1 y TPL2, respectivamente. En la figura 3, se presentan las funciones $v_0 \cos \theta_0 t$, $v_1 \cos \theta_1 t$, que tiene un comportamiento lineal, las funciones están desplazadas sobre el eje $X(t)$ una distancia de $ax+x_0$ y $ax+x_0+x_1$ unidades, respectivamente. Aunque no se considera en el sistema de ecuaciones, debido a que ya está incluido este desplazamiento en las funciones $P_x^*(t)$ y $P_y^*(t)$.

De manera similar en la Figura 4 también se representa la posición «ay» que tendrá el efector final del robot interceptor sobre el eje $Y(t)$. Las funciones y_0 y y_1 están localizadas a las distancias «ay+y₀» y «ay+y₀+y₁», respectivamente. Y representan las posiciones iniciales de disparo de las partículas libres TPL1 y TPL2, respectivamente sobre el eje $Y(t)$. También se miden en coordenadas absolutas desde el eje $Y(t)$.

Cabe mencionar, que las funciones $P_x^*(t)$ y $P_y^*(t)$ se encuentran definidas en los sistemas que son móviles $(P_x^*(t), t)$ y $(P_y^*(t), t)$ y se construyen con las funciones x_0, y_0, x_0, x_1 y con las posiciones ax , y ay del sistema fijo $(X(t), t)$ y $(Y(t), t)$, respectivamente.

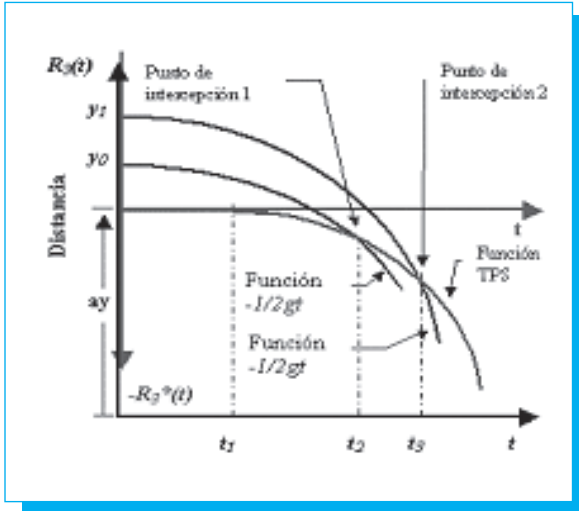


Fig.6. Función seguidora $(R_3^*(t),t)$ de TPS.

Es importante definir la posición del efector final del robot interceptor en el sistema fijo, para establecer una posición adecuada dependiendo de las condiciones y necesidades del medio físico en donde opere el robot. Ahora bien, para determinar los coeficientes en (7) se utilizó el método de Seidel [8].

a) Para construir la función:

$$\mathbf{P}_X^*(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 \quad t \text{ en } (t_1, t_3] \quad (8)$$

los coeficientes se calculan con el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_1 &= \alpha_0 + \alpha_1 t_1 + \alpha_2 t_1^2 = ax & t \text{ en } (0, t_1] \\ \mathbf{f}_2 &= \alpha_0 + \alpha_1 t_2 + \alpha_2 t_2^2 = x_0 & t \text{ en } (t_1, t_2] \\ \mathbf{f}_3 &= \alpha_0 + \alpha_1 t_3 + \alpha_2 t_3^2 = x_1 & t \text{ en } (t_2, t_3] \end{aligned} \quad (9)$$

b) Para construir la función:

$$\mathbf{P}_Y^*(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 \quad t \text{ en } (t_1, t_3] \quad (10)$$

los coeficientes se calculan con el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_1 &= \beta_0 + \beta_1 t_1 + \beta_2 t_1^2 = ay & t \text{ en } (0, t_1] \\ \mathbf{f}_2 &= \beta_0 + \beta_1 t_2 + \beta_2 t_2^2 = y_0 & t \text{ en } (t_1, t_2] \\ \mathbf{f}_3 &= \beta_0 + \beta_1 t_3 + \beta_2 t_3^2 = y_1 & t \text{ en } (t_2, t_3] \end{aligned} \quad (11)$$

c) Para construir la función:

$$\mathbf{R}_1^*(t) = \chi_0 + \chi_1 t + \chi_2 t^2 \quad t \text{ en } (t_1, t_3] \quad (12)$$

los coeficientes se calculan con el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_1 &= \chi_0 + \chi_1 t_1 + \chi_2 t_1^2 = 0 & t \text{ en } (0, t_1] \\ \mathbf{f}_2 &= \chi_0 + \chi_1 t_2 + \chi_2 t_2^2 = [v_0] \cos \theta_0 t_2 & t \text{ en } (t_1, t_2] \\ \mathbf{f}_3 &= \chi_0 + \chi_1 t_3 + \chi_2 t_3^2 = [v_1] \cos \theta_1 t_3 & t \text{ en } (t_2, t_3] \end{aligned} \quad (13)$$

d) Para construir la función:

$$\mathbf{R}_2^*(t) = \delta_0 + \delta_1 t + \delta_2 t^2 \quad t \text{ en } (t_1, t_3] \quad (14)$$

los coeficientes se calculan con el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_1 &= \delta_0 + \delta_1 t_1 + \delta_2 t_1^2 = 0 & t \text{ en } (0, t_1] \\ \mathbf{f}_2 &= \delta_0 + \delta_1 t_2 + \delta_2 t_2^2 = [v_0] \sin \theta_0 t_2 & t \text{ en } (t_1, t_2] \\ \mathbf{f}_3 &= \delta_0 + \delta_1 t_3 + \delta_2 t_3^2 = [v_1] \sin \theta_1 t_3 & t \text{ en } (t_2, t_3] \end{aligned} \quad (15)$$

e) Para construir la función:

$$\mathbf{R}_3^*(t) = \phi_0 + \phi_1 t + \phi_2 t^2 \quad t \text{ en } (t_1, t_3] \quad (16)$$

los coeficientes se calculan con el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_1 &= \phi_0 + \phi_1 t_1 + \phi_2 t_1^2 = 0 & t \text{ en } (0, t_1] \\ \mathbf{f}_2 &= \phi_0 + \phi_1 t_2 + \phi_2 t_2^2 = -1/2gt_2^2 & t \text{ en } (t_1, t_2] \\ \mathbf{f}_3 &= \phi_0 + \phi_1 t_3 + \phi_2 t_3^2 = -1/2gt_3^2 & t \text{ en } (t_2, t_3] \end{aligned} \quad (17)$$

Reconstruyendo la función TPS, se tiene:

$$\begin{aligned} \text{TPS} &= \text{TPS}_X + \text{TPS}_Y \\ \text{TPS}_X &= P_X^*(t) + R_1^*(t) & t \text{ en } (t_1, t_3] \\ \text{TPS}_Y &= P_Y^*(t) + R_2^*(t) + R_3^*(t) \end{aligned} \quad (18)$$

Así se tiene que:

$$\begin{aligned} \text{TPS}_X &= ax & t \text{ en } (0, t_1] \\ \text{TPS}_X &= p_1(ax \cdot p_2 - (t_1 - t_3)p_3 \\ &\quad + t + p_4 - p_7) & t \text{ en } (t_1, t_3] \end{aligned} \quad (19)$$

donde:

Tabla 1. Datos de simulación.

Partícula 1 TPL1	
Velocidad inicial:	$[v_0] = 1.0 \text{ m/s}$
Ángulo de disparo:	$\theta_0 = -10.0^\circ \text{ grados}$
Tiempo de retardo:	$t_1 = 0.28 \text{ s}$
Tiempo de intercepción:	$t_2 = 0.32 \text{ s}$

Partícula 2 TPL1	
Velocidad inicial:	$[v_1] = 1.0 \text{ m/s}$
Ángulo de disparo:	$\theta_0 = 190.0^\circ \text{ grados}$
Tiempo de retardo:	$t_1 = 0.28 \text{ s}$
Tiempo de intercepción:	$t_2 = 1.34 \text{ s}$

$$p_1 = 1/(t_1 - t_2)(t_1 - t_3)(t_2 - t_3)$$

$$p_2 = (t - t_2)(t - t_3)(t_2 - t_3)$$

$$p_3 = (-t_1 t_3 + t_3^2)x_0 + (t_1 t_2 - t_2^2)x_1$$

$$p_4 = (t_3 - t_3)x_0 - (t_1 - t_2)x_1$$

$$p_5 = t_2(t - t_3)(t_1 - t_3)[v_0]\cos\theta_0$$

$$p_6 = (t - t_2)(-t_1 + t_2)t_3 [v_1]\cos\theta_1$$

$$p_7 = (t - t_1)(p_5 + p_6)$$

$$TPS_Y = ay \quad t \text{ en } (0, t_1]$$

$$TPS_Y = P_Y^*(t) + R_2^*(t) + R_3^*(t) \quad t \text{ en } (t_1, t_3] \quad (20)$$

donde:

$$P_Y^*(t) = p_1(ay \cdot p_2 - (t_1 - t_2)p_3 + t \cdot p_4)$$

$$p_1 = 1/(t_1 - t_2)(t_1 - t_3)(t_2 - t_3)$$

$$p_2 = (t - t_2)(t - t_3)(t_2 - t_3)$$

$$p_3 = (-t_1 t_3 + t_3^2)y_0 + (t_1 t_2 - t_2^2)y_1$$

$$p_4 = (t_3 - t_3)y_0 - (t_1 - t_2)y_1$$

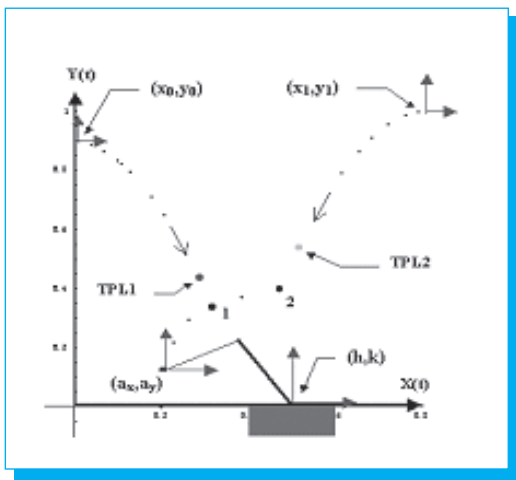


Fig. 7. Simulación con un robot de 2 gdl, sus eslabones miden: $L_1 = 0.2 \text{ m}$ y $L_2 = 0.250 \text{ m}$.

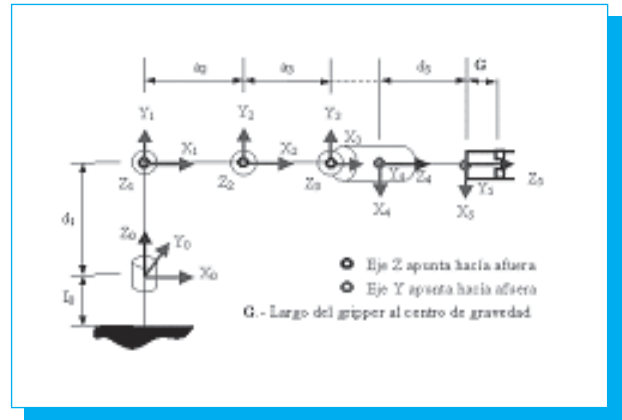


Fig. 8. Parámetros del robot Mitsubishi® 5 gdl.

$$R_2^*(t) = p_1((t - t_1)(t_2(p_2 + p_3)))$$

$$p_2 = (t - t_3)(t_1 - t_3)[v_0]\sin\theta_0$$

$$p_1 = 1/(t_1 - t_2)(t_1 - t_3)(t_2 - t_3)$$

$$p_3 = (t - t_2)(-t_1 + t_2)t_3 [v_1]\sin\theta_1$$

$$R_3^*(t) = p_1(p_2 p_3)$$

$$p_1 = 1/2(t_1 - t_2)(t_1 - t_3)$$

$$p_2 = g(t - t_1)$$

$$p_3 = -t_1 t_2 t_3 + t_1(-t_2 t_3 + t_1(t_2 + t_3))$$

4.6 Ejemplo 1

A continuación se presenta un ejemplo de simulación utilizando (18): En la figura 7 se muestra una imagen de un evento de intercepción en donde se ha considerado ahora la posibilidad de cambiar: la posición del efector final del robot interceptor con las coordenadas (ax, ay) , medidas desde el sistema de coordenadas fijo $(X(t), Y(t))$. Además, se puede cambiar las posiciones del inicio de los disparos de las partículas libres TPL1 y TPL2 con (x_0, y_0) y (x_1, y_1) , y la

Tabla 2. Parámetros físicos del robot.

Longitud	Notación	Valor	Unidades
Eslabón 1	$d_1 = L_1$	0.300	m
Eslabón 2	$a_2 = L_2$	0.250	m
Eslabón 3	$a_3 = L_3$	0.160	m
Eslabón 4	$a_4 = L_4$	0.072	m
Eslabón 5	$d_5 = L_5$	0.075	m

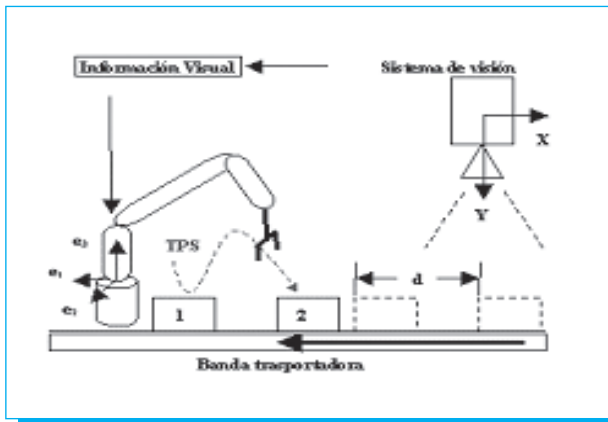


Fig. 9. Esquema general del problema.

posición de la base del robot se podrá cambiar con las coordenadas (h,k) . Los valores de las coordenadas son: $(h=0.5,k=0.0)$, $(ax=0.2,ay=0,1)$, $(x_0=0.0,y_0=0.9)$ y $(x_1=0.8,y_1=1.0)$ en medidas de intervalos de tiempo de $\Delta t = 0.01$ s.

Finalmente, la función seguidora TPS, es (21).

4.7 Ejemplo 2

Aquí se implementa la función seguidora TPS a un robot industrial en un sistema de manufactura flexible (FMS). En este caso particular se simula la intercepción de dos piezas que se mueven a lo largo de una banda transportadora utilizando un robot industrial Mitsubishi®, ver figura 8, el cual está retroalimentado con la información de la posición y orientación de las piezas en el tiempo a través de un sistema de visión colocado como se muestra en la figura 9[9].

En la ecuación (22) se presenta el modelo cinemático que fue obtenido utilizando el álgebra de Cuaterniones [10] para simplificar la ecuación se propusieron constantes de los términos que se repetirán.

$$\begin{aligned} f1 &= -4 A5 (B2 L2 + C1 L3) = px \quad (\text{Eje X}) \\ f2 &= -2 A6 (B2 L2 + C1 L3) = py \quad (\text{Eje Y}) \\ f3 &= L1 + B1 L2 + C2 L3 = pz \quad (\text{Eje Z}) \\ f4 &= r10^2 + r13^2 = 1 \\ f5 &= r20^2 + r21^2 = 1 \\ f5 &= r30^2 + r31^2 = 1 \end{aligned}$$

donde:

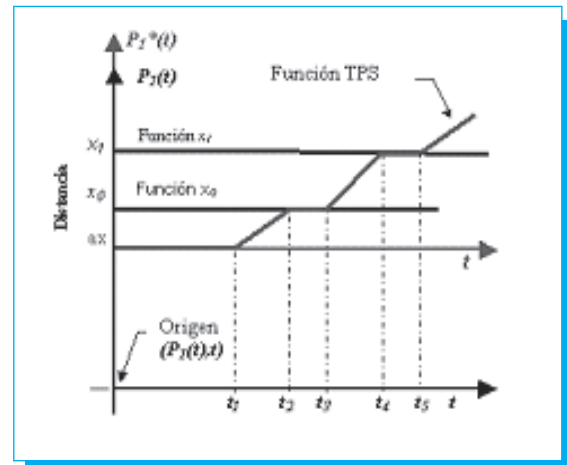


Fig. 10. Forma de $P_1^*(t)$ incluyendo $\Delta t_1 = t_3 - t_2$ y $\Delta t_2 = t_5 - t_4$.

$$\begin{aligned} A1 &= P0 P1; \quad A2 = 1 - 2 P0^2; \quad A3 = Q0 Q1; \\ A4 &= 1 - 2 Q0^2; \quad A5 = r10 r13; \quad A6 = 1 - 2 r10^2 \\ A7 &= r20 r21; \quad A8 = 1 - 2 r20^2; \quad A9 = r30 r31 \\ A10 &= 1 - 2 r30^2; \quad A11 = r40 r41; \quad A12 = 1 - 2 r40^2 \\ A13 &= r50 r53; \quad A14 = 1 - 2 r50^2; \quad B1 = A2 A8 - 4 A1 A7 \\ B2 &= A2 A7 + A1 A8; \quad B3 = A10 A8 - 4 A7 A9 \\ B4 &= A10 A7 + A8 A9; \quad B5 = A2 A4 - 4 A1 A3 \\ B6 &= A2 A3 + A1 A4; \quad C1 = B4 B5 + B3 B6 \\ C2 &= B3 B5 - 4 B4 B6; \\ L1 &= 0.300; \quad L2 = 0.250; \quad L3 = 0.160 \\ r10 &= \cos(\theta_1/2); \quad r13 = \text{sen}(\theta_1/2); \\ r20 &= \cos(\theta_2/2); \quad r21 = \text{sen}(\theta_2/2); \\ r30 &= \cos(\theta_3/2); \quad r31 = \text{sen}(\theta_3/2); \\ L4 &= 0.072; \quad L5 = 0.075; \quad L6 = L5/2 \end{aligned}$$

donde:

$$px = \text{TPS}_x; \quad py = -0.2; \quad pz = \text{TPS}_y \quad (23)$$

4.7.1 Planteamiento del problema

Sean las piezas 1 y 2 que se mueven a lo largo de una banda transportadora a una distancia $d = x_0 - x_1$ unidades conocida por el sistema de visión (*simulación*). Se pretende generar la trayectoria seguidora TPS con un punto de inicio (ax,ay) que intercepte a las dos piezas dentro del área de trabajo definida por el robot Mitsubishi®[11,12].

4.7.2 Restricciones de tiempo

a) En el intervalo de tiempo $t \in (0, t_1]$ (tiempo de retardo), el sistema de visión adquiere y procesa la información visual para determinar la posición y velocidad de las piezas y la

distancia entre ellas. Esta información es utilizada para generar la trayectoria TPS y determinar la cinemática inversa del robot Mitsubishi®.

b) En el intervalo de tiempo $(t_1, t_2]$ (tiempo de intercepción 1), el robot se mueve para interceptar y capturar la pieza 1.

c) En el intervalo de tiempo $(t_2, t_3]$ (tiempo de intercepción 2), el robot continua su movimiento sobre la trayectoria TPS e intercepta y captura la pieza 2.

4.7.3 Restricciones físicas

a) El efector final debe estar orientado de tal forma que al capturar las piezas no exista impacto.

b) Existe la medida del intervalo de tiempo Δt_1 para la trayectoria TPL1 y la medida del intervalo de tiempo Δt_2 para la trayectoria TPL2 sobre la trayectoria TPS en donde se debe igualar la velocidad del efector final con la velocidad de la pieza a capturar. Es decir, las velocidades relativas entre el efector final de robot al capturar las piezas deben ser cero en las medidas de los intervalos de tiempo Δt_1 y Δt_2 .

c) Las ecuaciones en (24) describen las trayectorias de las piezas 1 y 2 donde se ignora el ruido generado en el sistema de visión y el movimiento de la banda [4,13]:

$$\begin{aligned} \text{Pieza 1:} \quad X(t) &= x_0 + Vx_0 t \\ Y(t) &= y_0 + Vy_0 t \end{aligned} \quad \text{TPL1} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \text{Pieza 2:} \quad X(t) &= x_1 + Vx_1 t \\ Y(t) &= y_1 + Vy_1 t \end{aligned} \quad \text{TPL2}$$

Donde x_0 y y_0 son las coordenadas de la posición inicial de la pieza 1 y x_1 y y_1 la posición inicial de la pieza 2, siendo Vx_0 y Vx_1 las velocidades de las piezas 1 y 2, respectivamente. Para este caso particular $Vy_0 = Vy_1 = 0$ y el punto de inicio de la trayectoria seguidora TPS está dada en las coordenadas (ax, ay) .

4.7.4 Consideraciones cinemáticas

a) En este caso, las velocidades Vx_0 y Vx_1 se consideran iguales debido a que las piezas llevan la misma velocidad sobre la banda y se considera también que no existe deslizamiento.

4.8 Solución del problema

Para solucionar el problema antes planteado, se propone la siguiente metodología:

- Desarrollar el modelo cinemático del robot interceptor.
- Generar la trayectoria TPS.
- acoplar la función TPS en la cinemática inversa del robot

para obtener los ángulos de desplazamiento (en este caso los parámetros de rotación).

4.8.1 Solución

a) El desarrollo del modelo cinemático del robot industrial Mitsubishi® de 5 gdl. Se presentan en (22). Cabe mencionar que este modelo se obtuvo utilizando el álgebra de Cuaterniones[10].

b) Para generar la trayectoria TPS que iguale las velocidades de las piezas para que el efector final las capture sin impacto, se consideran cada uno de los términos de (24) y el punto (ax, ay) de inicio de la trayectoria seguidora TPS, mostradas en las figuras 10 y 11, con el fin de plantear los sistemas de ecuaciones:

Para calcular $P_1^*(t)$ se plantea el siguiente sistema de ecuaciones de 5×5 .

$$\begin{aligned} \alpha_0 + \alpha_1 t_1 + \alpha_2 t_1^2 + \alpha_3 t_1^3 + \alpha_4 t_1^4 &= ax & t \text{ en } (0, t_1] \\ \alpha_0 + \alpha_1 t_2 + \alpha_2 t_2^2 + \alpha_3 t_2^3 + \alpha_4 t_2^4 &= x_0 & t \text{ en } (t_1, t_2] \\ \alpha_0 + \alpha_1 t_3 + \alpha_2 t_3^2 + \alpha_3 t_3^3 + \alpha_4 t_3^4 &= x_0 & t \text{ en } (t_2, t_3] \\ \alpha_0 + \alpha_1 t_4 + \alpha_2 t_4^2 + \alpha_3 t_4^3 + \alpha_4 t_4^4 &= x_1 & t \text{ en } (t_3, t_4] \\ \alpha_0 + \alpha_1 t_5 + \alpha_2 t_5^2 + \alpha_3 t_5^3 + \alpha_4 t_5^4 &= x_1 & t \text{ en } (t_4, t_5] \end{aligned} \quad (25)$$

Para calcular $R_1^*(t)$ se tiene:

$$\begin{aligned} \chi_0 + \chi_1 t_1 + \chi_2 t_1^2 + \chi_3 t_1^3 + \chi_4 t_1^4 &= 0 & t \text{ en } (0, t_1] \\ \chi_0 + \chi_1 t_2 + \chi_2 t_2^2 + \chi_3 t_2^3 + \chi_4 t_2^4 &= Vx_0 t_3 & t \text{ en } (t_1, t_2] \\ \chi_0 + \chi_1 t_3 + \chi_2 t_3^2 + \chi_3 t_3^3 + \chi_4 t_3^4 &= Vx_0 t_3 & t \text{ en } (t_2, t_3] \\ \chi_0 + \chi_1 t_4 + \chi_2 t_4^2 + \chi_3 t_4^3 + \chi_4 t_4^4 &= Vx_1 t_4 & t \text{ en } (t_3, t_4] \\ \chi_0 + \chi_1 t_5 + \chi_2 t_5^2 + \chi_3 t_5^3 + \chi_4 t_5^4 &= Vx_1 t_5 & t \text{ en } (t_4, t_5] \end{aligned} \quad (26)$$

Lo mismo para las funciones $P_2^*(t)$ y $R_2^*(t)$ (que no se muestran) y finalmente se construyen las funciones de la siguiente forma:

$$P_1^*(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 + \alpha_4 t^4 \quad (27)$$

$$P_2^*(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 + \beta_4 t^4 \quad (28)$$

$$R_1^*(t) = \chi_0 + \chi_1 t + \chi_2 t^2 + \chi_3 t^3 + \chi_4 t^4 \quad (29)$$

$$R_2^*(t) = \delta_0 + \delta_1 t + \delta_2 t^2 + \delta_3 t^3 + \delta_4 t^4 \quad (30)$$

$$\text{TPS} = \text{TPS}_x + \text{TPS}_y$$

$$\text{TPS}_x = P_1^*(t) + R_1^*(t) \quad t \text{ en } (t_1, t_3] \quad (32)$$

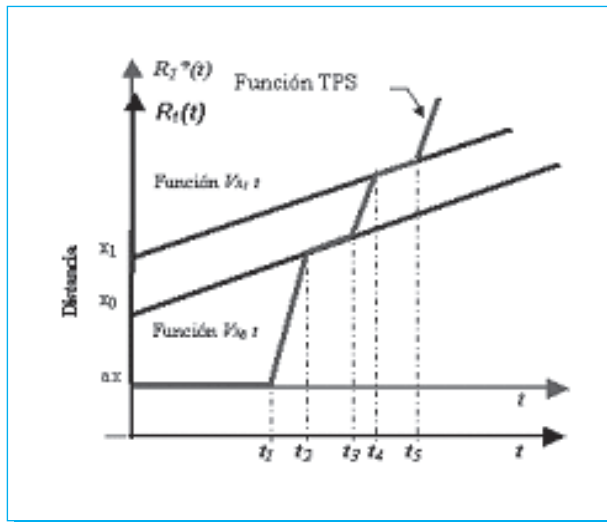


Fig. 11. Forma de $R_1^*(t)$ incluyendo $\Delta t_1 = t_3 - t_2$ y $\Delta t_2 = t_5 - t_4$.

$$TPS_y = P_2^*(t) + R_2^*(t)$$

Cabe aclarar que en este caso particular, el componente $R_2^*(t)=0$, debido a que las piezas se mueven paralelamente al eje X.

Es importante mencionar que en la figura 10, se observa a diferencia de la figura 2 que la función $P_1^*(t)$ de TPS consigue tener la misma velocidad de las funciones TPL1 y TPL2 en los intervalos de tiempo Δt_1 y Δt_2 para atrapar las piezas sin impacto.

4.8.2 Ejemplos de simulación

Con los valores iniciales de la tabla 3 se obtiene la trayectoria TPS:

Posición: para t en $(t_1, t_5]$

$$TPS_x = -9.68387 + 169.306 t - 1030.55 t^2 + 2630.84 t^3 - 2414.23 t^4 \tag{32}$$

$$TPS_y = 2.7714 - 43.1511 t + 251.278 t^2 - 622.222 t^3 + 555.556 t^4$$

Velocidad: para t en $(t_1, t_5]$

$$TPS_x = 169.306 - 2061.11 t + 7892.51 t^2 - 9656.92 t^3 \tag{33}$$

$$TPS_y = -43.1511 + 502.556 t - 1866.67 t^2 + 2222.22 t^3$$

Aceleración: para t en $(t_1, t_5]$

Tabla 3. Datos de simulación.

Pieza #1 TPL1		
Posición inicial:	$X_0 =$	0.75 m
	$Y_0 =$	0.10 m
Velocidad:	$V_0 =$	-3.0 m/s
Tiempo de retardo:	$t_1 =$	0.13 s
Tiempo de intercepción 1:	$t_2 =$	0.18 s
Tiempo Δt	$\Delta t_1 =$	0.01 s
Tiempo para atrapar 1	$t_r =$	0.19 s
Punto de inicio de TPSx	$a_x =$	0.0 m
Punto de inicio de TPSy	$a_y =$	0.2 m

Pieza #2 TPL2		
Posición inicial:	$X_0 =$	1.00 m
	$Y_0 =$	0.10 m
Velocidad:	$V_0 =$	-3.0 m/s
Tiempo de intercepción 2:	$t_r =$	0.37 s
Tiempo Δt	$\Delta t_2 =$	0.01 s
Tiempo para atrapar 2	$t_r =$	0.38 s

$$TPS_x = -2061.11 + 15785.0 t - 28970.8 t^2 \tag{34}$$

$$TPS_y = 502.556 - 3733.33 t + 6666.67 t^2$$

A continuación se presenta la simulación del fenómeno físico. En las figuras 12 a la 15 se presentan algunas imágenes de la secuencia de las trayectorias TPS, TPL1 y TPL2 donde se observa que TPS intercepta a TPL1 en el tiempo $t = 0.18$ s e iguala y mantiene la velocidad de la partícula durante 0.01 s. Finalmente, con la misma trayectoria TPS se encuentra a TPL2 y la intercepta en el tiempo $t = 0.37$ s e iguala y mantiene la velocidad de la partícula durante 0.01 s. Es importante mencionar que el número de los tiempos Δt en los cuales se iguala la velocidad de las partículas puede ser mayor, esto es; $n\Delta t$, donde n es el número de incrementos de tiempo Δt . este tiempo Δt está en función de la velocidad del efector final para cerrarse y atrapar la pieza.

Se puede observar en la secuencia de la figura 12 que en el instante (f) TPS (Trayectoria que sigue el efector final del robot) iguala a TPL1 y en (n) TPS iguala a TPL2, los instantes (g) y (o) son para atrapar las piezas.

El acoplamiento de la trayectoria TPS en la cinemática inversa del robot, generó las siguientes gráficas ver figuras 16 y 17. En la figura 16 se muestra al robot que se ha movido de su punto de inicio que es (0, -0.2, 0.2), para interceptar la partícula TPL1 se observa que el efector final se orienta de tal forma que no impacta la partícula.

Cabe mencionar, que la partícula representa el centro de gravedad de algún objeto, puede ser para este caso un cubo

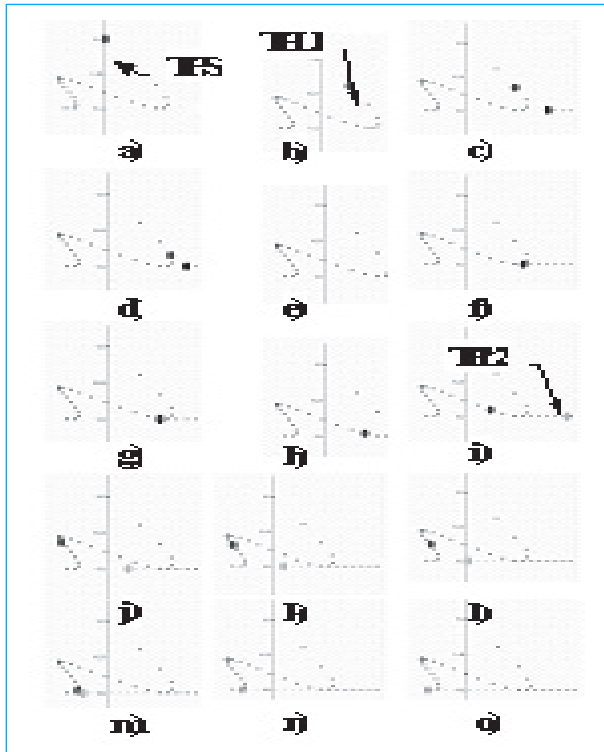


Fig. 12. Secuencia del evento de intercepción múltiple

con dimensiones 8 x 5 x 2 cm. En la Figura 17 se muestra el instante en que TPL2 es interceptada.

La orientación del órgano terminal conformado por el eslabón b_4 y el eslabón b_5 (pinza), se determina de la siguiente manera: Debido a la configuración de la banda transportadora que se

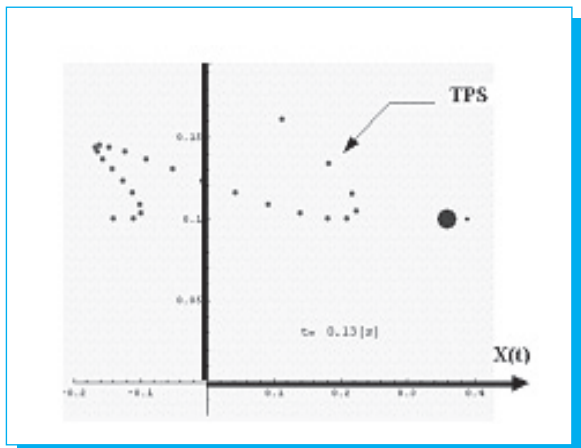


Fig. 13. Trayectoria TPS en el tiempo $t = 0.13$ s.

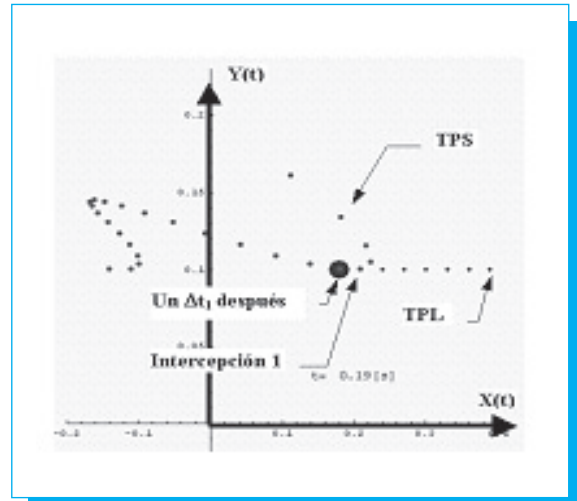


Fig. 14. Trayectoria TPS, en $\Delta t_1 = 0.19$ s.

encuentra en el plano XZ (ver Figura 16). El eslabón b_4 debe orientarse verticalmente, es decir, paralelo al eslabón b_1 . Para lograrlo se aplica (35) y se resta o suma el ángulo obtenido para orientar el eslabón b_4 paralelo al eje Z.

$$cang = \frac{b_1 \cdot b_4}{L_1 L_4} \quad (35)$$

El ángulo $cang$ es la diferencia de rotación del eslabón b_4 , para posicionarse perpendicularmente a la trayectoria $tray$ y paralelamente al eslabón b_1 cuya longitud es d_1 (ver Figura 8). El eslabón 5 (pinza) también debe estar perpendicular a la trayectoria $tray$ y paralelo al vector Lh de tal forma que la

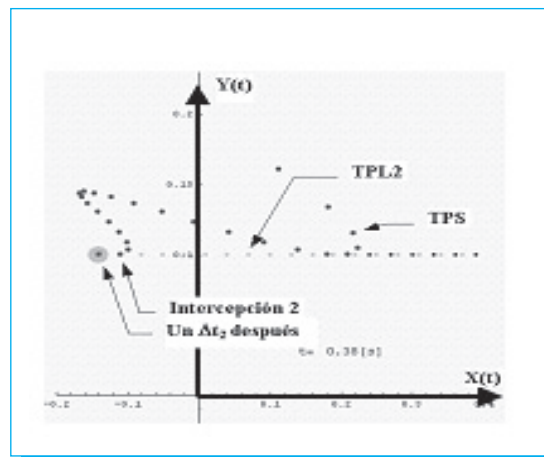


Fig. 15. Trayectoria TPS en el tiempo $\Delta t_0 = 0.38$ s.

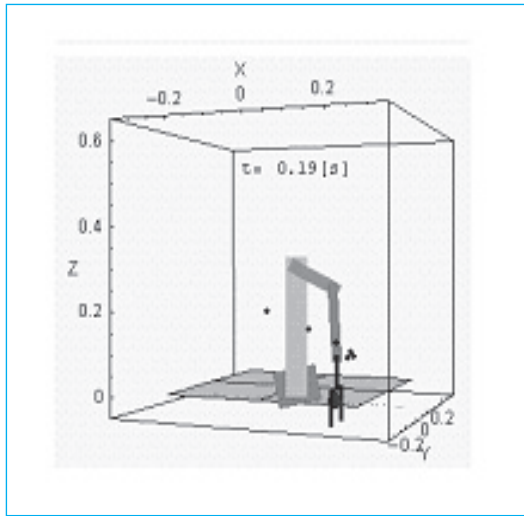


Fig. 16. Robot capturando la pieza 1, $\Delta t_1 = 0.19$ s.

pinza capture la pieza en movimiento sobre la banda. Para lo anterior, se calculó el vector dirección unitario $tray$ para cada punto de la trayectoria con $S_0 = (0.25, -0.20, 0.3)$ y $S_1 = (-0.25, -0.20, 0.3)$ que simula la banda.

$$tray = S_1 - S_0 \quad (36)$$

$$tray = \frac{tray}{|tray|} \quad (37)$$

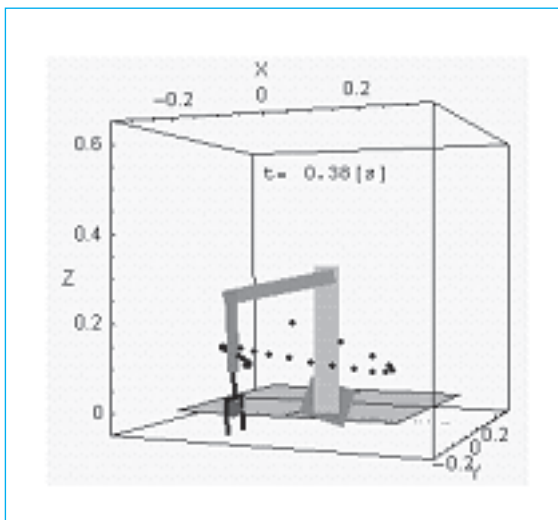


Fig. 17. Robot capturando la pieza 2, $\Delta t_2 = 0.38$ s.

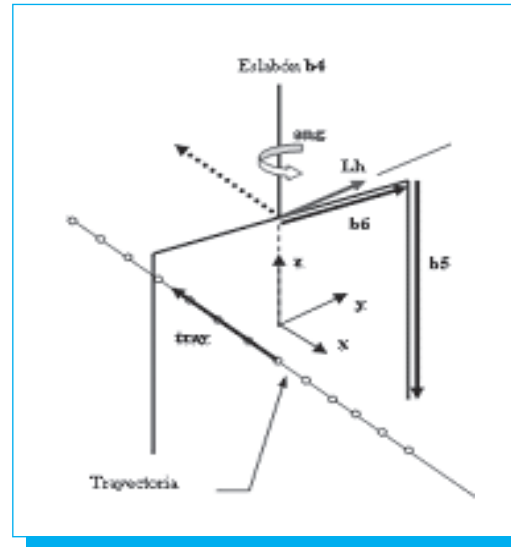


Fig. 18. Vectores que definen la orientación de la pinza: eslabón b4 ang y para el eslabón b5, ang .

$$Lh = b_5 \cdot x_{tray} \quad (38)$$

$$ang = \frac{b_6 \cdot Lh}{L_6 |Lh|} \quad (39)$$

A continuación se presentan las gráficas de las funciones TPS, TPL1 y TPL2.

5. Conclusiones

La obtención de las funciones seguidoras utilizando la metodología propuesta fue satisfactoria. Se resolvió el

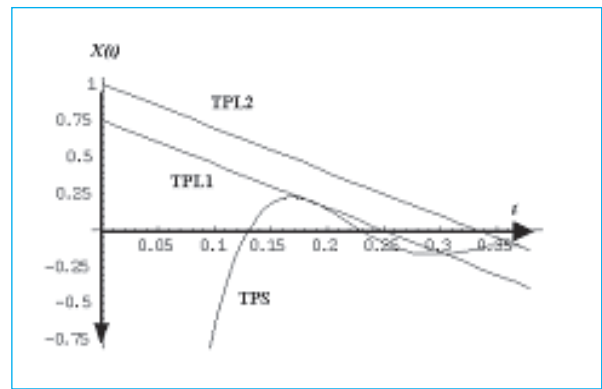


Fig. 19. Gráfica de posición del componente $X(t)$ de las funciones TPS, TPL1 y TPL2.

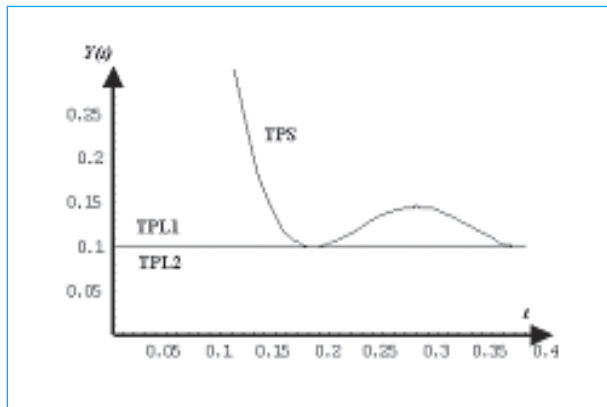


Fig. 20. Gráfica de posición del componente $Y(t)$ de las funciones TPS, TPL1 y TPL2.

problema de intercepción de dos partículas para dos tipos de trayectorias conocidas. También se presentaron las ecuaciones que involucran el desplazamiento del sistema de coordenadas $X^*(t)$ sobre el eje $X(t)$ y $Y^*(t)$ sobre el eje $Y(t)$, denominado cambio de base.

Una aportación importante, consiste en el hecho de interceptar dos partículas con una sola trayectoria, estableciéndose la forma para interceptar más partículas libres. A esta tarea se le denominó *intercepción múltiple de trayectorias conocidas*.

La importancia del estudio de intercepción de trayectorias radica en que fueron implementadas en la intercepción de piezas que viajan sobre las bandas de los sistemas de manufactura integrados por computadora vía un manipulador industrial autónomo utilizando retroalimentación visual. Cabe mencionar que la intercepción se logró con y sin colisión de la partícula seguidora TPS con las partículas libres TPL1 y TPL2.

El número de tiempos Δt puede ser arbitrario dependiendo del tiempo en que la pinza del robot le tome capturar la pieza, esto daría como consecuencia un aumento en el número de ecuaciones y el grado del polinomio crecería proporcionalmente.

6. Referencias

- [1] Beeckman, D., «CIM-OSA: Computer Integrated Manufacturing –Open System Architecture», *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 2 (2), pp. 94-105, 1989.
- [2] Co, H. C., «Design and implementation of Flexible Manufacturing Systems –Some analysis concepts», Ph.D. thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 1984.

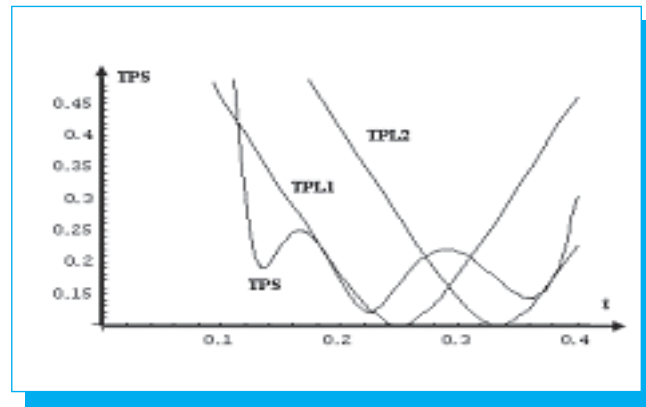


Fig. 21. Gráfica de posición de las magnitudes de las funciones TPS, TPL1 y TPL2.

- [3] Tien-Chien Chang, Richard A. Wysk, Hsu-Pin Wang, «Computer-Aided Manufacturing», Second Edition, Prentice Hall International Series, 1998.
- [4] H. Isil Bozma, Hulya Yalcin, «Visual processing and classification of items on a moving conveyor: a selective perception approach», *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, Vol. 18, pp.~125-133, 2002.
- [5] Holland, S.W., Rossol, L., and Ward, M.R., *CONSIGHT-I: A Vision-Controlled Robot System for Transferring Parts Form Belt Conveyors*, in Computer Vision and Sensor-based Robots, (G.G. Dodd and L. Rossol, eds.), Plenum Press, NY, pp. ~81-97, 1979.
- [6] Peter K. Aallen, Aleksandar Timcenko, Billibon Yoshimi and Paul Michelman, «Trajectory Filtering Prediction for Automated Tracking and Grasping of a Moving Object», *Proceeding of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Nice, France, pp.1850-1856, 1992.
- [7] Roberto Rodríguez Rodríguez, «Intercepción de Trayectorias Tridimensionales». Tesis de maestría, DEPEFI-UNAM, asesor: Dr. Luís Reyes Ávila, pp. 31-36, 1996.
- [8] B. P. Demidowitsch, Maron Schuwalowa, *Métodos numéricos de análisis*. Paraninfo, 1978.
- [9] Lugo Villeda Luis Iván, «Modelo matemático y validación de las propiedades dinámicas del robot Mitsubishi RV-M1», *Congreso CIE CINVESTAV-IPN*, México, D.F., 2002.
- [10] Jack B. Kuipers, *Quaternions and Rotations sequences*. Princeton, University Press, New Jersey, 2002.
- [11] J.J. Craig, *Introduction to Robotics*, 2nd ed. Reading, M.A: Addison-Wesley, 1989.
- [12] Spong Mark W. and Vidyasagar M., *Robot dynamyc and control*. John Wiley and sons, 1989.
- [13] Medel J.J., Guevara López Pedro, Flores Rueda Alberto, «Caracterización de filtros digitales en tiempo real para computadoras digitales», *Computación y sistemas*, Vol. 7, No. 3., pp. ~190-209, 2004.