

Científica



Precio \$70.00 · Vol.9 Núm.1 · Enero - Marzo de 2005 · Científica: The Mexican Journal of Electromechanical Engineering · ESIME





DIRECTORIO

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

José Enrique Villa Rivera
Director General

Efrén Parada Arias
Secretario General

Yoloxóchitl Bustamante Díez
Secretaria Académica

Óscar Gerardo Escárcega Navarrete
Secretario de Extensión y Difusión

Manuel Quintero Quintero
Secretario de Apoyo Académico

José Verdeja López
Secretario Técnico

Luis H. Fabila Castillo
Coordinador General de
Posgrado e Investigación

**REVISTA CIENTÍFICA
CONSEJO EDITORIAL**

Jesús Reyes García
Director ESIME Zacatenco

Ernesto Mercado Escutia
Director ESIME Culhuacán

Jorge Gómez Villarreal
Director ESIME Azcapotzalco

Óscar Roberto Guzmán Caso
Director ESIME Ticomán

Florencio Sánchez Silva
Jefe de la Sección de Posgrado
e Investigación (SEPI)
ESIME Zacatenco

Rubén Vázquez Medina
Jefe de la Sección de Posgrado
e Investigación (SEPI)
ESIME Culhuacán

Pedro Quinto Díez
Jorge I. Montoya Tena
SEPI-ESIME Zacatenco

Héctor Pérez Meana
Juan Carlos Sánchez García
SEPI-ESIME Culhuacán

Alma Vicenta Miranda Godínez
Coordinación Editorial

Cuauhtémoc Jiménez Pérez
Edición Técnica

Miguel Ángel Tenorio Trejo
Producción Editorial

Margarita Sam Rodríguez
Revisión

Contenido

Metodología de predicción de precios del petróleo basada en dinámica fractal

Oswaldo Morales M., Alexander Balankin, Luis M. Hernández S.

MÉXICO

3

Estudio del comportamiento mecánico-metalúrgico de aleación inconel 600 y estelita

Martín Castillo, Gabriel Villa, Manuel Vite, Francisco Palacios,

Luis H. Hernández, Guillermo Urriolagoitia.

MÉXICO

13

Teorema SG7 para reducir un sistema de cofactores $[\Lambda]$ de una matriz de orden $m+n$ a otra matriz de cofactores $[A]$ de orden m

Guillermina Morales Z., S. V. Gaytán

MÉXICO

23

Análisis de los parámetros críticos para la inserción de marca de agua en el dominio DCT aplicado en imágenes tanto a color como en escala de grises

Luis E. Bollain y Goytia M., Mariko Nakano M., Héctor M. Pérez M.

MÉXICO.

33

Diseño robusto con ubicación de polos del estabilizador de un sistema de potencia

Salvador Saucedo F., José A. Ortega H.

MÉXICO

45

EDITORES ASOCIADOS

Alexander Balankin
ESIME Zacatenco (IPN-MÉXICO)

Eduardo Oliva López
ESIME Zacatenco (IPN-MÉXICO)

Florencio Sánchez Silva
ESIME Zacatenco (IPN-MÉXICO)

Guillermo Urriolagoitia Calderón
ESIME Zacatenco (IPN-MÉXICO)

José Manuel de la Rosa
ESIME Zacatenco (IPN-MÉXICO)

Julio Gómez Mancilla
ESIME Zacatenco (IPN-MÉXICO)

Luis Héctor Hernández Gómez
ESIME Zacatenco (IPN-MÉXICO)

Patricia Camarena Gallardo
ESIME Zacatenco (IPN-MÉXICO)

Primo Alberto Calva Chavarría
ESIME Zacatenco (IPN-MÉXICO)

Ricardo Mota Palomino
ESIME Zacatenco (IPN-MÉXICO)

Vladimir Kazakov
ESIME Zacatenco (IPN-MÉXICO)

Vladimir Rabinovich
ESIME Zacatenco (IPN-MÉXICO)

Vladislav Kravchenko
ESIME Zacatenco (IPN-MÉXICO)

Walter Fonseca Araujo
ESIME Zacatenco (IPN-MÉXICO)

Héctor Pérez Meana
ESIME Culhuacán (IPN-MÉXICO)

José Heras Gómez
ESIME Culhuacán (IPN-MÉXICO)

Luis Niño de Rivera y Oyarzabal
ESIME Culhuacán (IPN-MÉXICO)

Mariko Nakano Miyatake
ESIME Culhuacán (IPN-MÉXICO)

Volodymyr Ponomaryov
ESIME Culhuacán (IPN-MÉXICO)

Víctor Manuel López Herata
ESIQIE Zacatenco (IPN-MÉXICO)

Roberto Liñán García
**Instituto de Investigaciones Eléctricas
(IIE-MÉXICO)**

Sergey Sadovnichy
**Instituto Mexicano del Petróleo
(IMP-MÉXICO)**

Isaak Mayergoyz
Universidad de Maryland (EUA)

Édgar Sánchez Sinencio
**Texas A&M University College Station
(EUA)**

José Silva Martínez
**Texas A&M University College Station
(EUA)**

Wen-Jei Yang
University of Michigan (EUA)

Valery Kontorovich
**Centro de Investigación y Estudios
Avanzados
(CINVESTAV Zacatenco, IPN-MÉXICO)**

Jaime Álvarez Gallegos
**Centro de Investigación y Estudios
Avanzados
(CINVESTAV Zacatenco, IPN-MÉXICO)**

Hildeberto Jardón Aguilar
**Centro de Investigación y Estudios
Avanzados
(CINVESTAV Zacatenco, IPN-MÉXICO)**

Valery Korjik
**Centro de Investigación y Estudios
Avanzados
(CINVESTAV Guadalajara, IPN-MÉXICO)**

Haruhisa Takahashi
Electro-Communication de Tokio (JAPÓN)

Víctor Champac Vilela
**Instituto Nacional de Astrofísica,
Óptica y Electrónica
(INAOE-MÉXICO)**

José Luis del Río Correa
**Universidad Autónoma Metropolitana
(UAM-MÉXICO)**

José de Jesús Álvarez
**Universidad Autónoma Metropolitana
(UAM-MÉXICO)**

Joaquín Fernández Valdivia
**Universidad de Granada
(ESPAÑA)**

María Trigueros Gaisman
**Instituto Tecnológico Autónomo de México
(ITAM-MÉXICO)**

Victoria E. Erosa Martín
**Asociación Mexicana para el Comercio
Electrónico (AMECE-MÉXICO)**

Wolfgang Sprössig
**Fakultät für Mathematik und Informatik
Technische Universität,
Bergakademie Freiberg (ALEMANIA)**

Víctor F. Kravchenko
**Moscow Institute of Physics and
Technology
(FEDERACIÓN RUSA)**

Miguel Castro Fernández
**Centro de Investigación y Pruebas
Electroenergéticas de Cuba (CUBA)**

Revista **Científica** ESIME, ISSN 1665-0654, **Volumen 9, Número 1**, Enero-Marzo de 2005. Revista trimestral editada por la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME) del Instituto Politécnico Nacional (IPN), México. Unidad «Adolfo López Mateos», Edificio 1, 2° piso, Subdirección Académica, Col. Lindavista, CP 07738, México, DF, Tel. 5729 6000 exts. 54555/54518, fax 5586 0758. Página web: www.cientifica.org.mx, correo electrónico: revista.esimez@ipn.mx. Certificado de Reserva de Derechos al Uso Exclusivo. Reserva: 04-2004-053109300500-102, 31-VII-00. Certificado de Licitud de Contenido 7611, 10-I-00. Certificado de Licitud de Título 10962,10-I-00. Indizada en *Periódica*, www.latindex.unam.mx (Departamento de Bibliografía Latinoamericana, Dirección General de Bibliotecas, Universidad Nacional Autónoma de México). Suscripción anual: \$ 150.00 (pesos). *Annual fee including airmail charges* US \$ 50.00 (fifty US Dollar). El contenido de los artículos firmados es responsabilidad del autor. Prohibida la reproducción total o parcial sin previa autorización. Registro Postal (Publicaciones Periódicas) SEPOMEX PP09 0972. Portada: Digital Dot SA, Tel. 5339 5880 y 5339 5474, México, DF. Tipografía: Cuauhtémoc Jiménez Pérez. Impresión: Talleres Gráficos de la Dirección de Publicaciones del IPN, Tresguerras 27, Centro Histórico, México, DF. Tiraje 1 000 ejemplares.

EDITORIAL

La revista *Científica* inicia su noveno año de existencia con nuevos retos, entre los cuales se encuentran convertirse en una revista reconocida por el Consejo Nacional Ciencia y Tecnología de México, refrendar su registro en Latindex y tramitar su ingreso a otros índices científicos que hagan a esta publicación un medio más atractivo para que los autores, tanto nacionales como del extranjero, lleven a cabo la difusión de sus investigaciones. Se espera ampliar el reconocimiento que los diversos sistemas encargados de evaluar el trabajo científico, tanto de México como de otros países extranjeros, han dado a nuestra revista.

Siguiendo con su política multidisciplinaria, en este número se publica un artículo en el campo de las matemáticas, dos relativos a mecánica, uno del campo de las comunicaciones y finalmente uno relativo a sistemas.

En el campo de las matemáticas se tratan aspectos de investigación básica. Se presenta un teorema que permite reducir un sistema de cofactores de una matriz de orden $M+M$ a otra matriz de cofactores de orden M .

En el campo de la ingeniería se presentan cuatro artículos. Inicialmente, en el campo de la mecánica, se aborda el desarrollo de una metodología que permite predecir los precios del petróleo mediante el empleo de técnicas fractales. Sobra mencionar el impacto que un sistema preciso de predicción de precios pudiera tener, por ejemplo, en la programación del presupuesto, tanto de empresas como de gobiernos. En otro trabajo, se considera el problema de la estabilización de sistemas de potencia mediante la propuesta de un diseño robusto basado en la ubicación de los polos. Otro tema de gran importancia que se trata es la protección y verificación digital. Una de las tecnologías más promisorias para esta finalidad se le conoce como marcas de agua. En este número se presenta un artículo en el cual se analizan los parámetros críticos para la inserción de dichas marcas en el dominio de la frecuencia, de manera que éstas sean robustas e imperceptibles a la vez. La determinación de estos parámetros cobra relevancia, ya que las marcas de agua se pueden emplear para autenticar documentos o para proteger derechos de autor, entre otras aplicaciones. Finalmente, en el campo de la mecánica se presenta otro artículo acerca del comportamiento mecánico de las aleaciones. Este tópico es de gran importancia en el desarrollo de maquinaria y otros equipos, en cuya fabricación se emplean aleaciones de diversos metales.

Así *Científica*, en el inicio de su noveno año de circulación, continúa ofreciendo una cobertura multidisciplinaria en la cual se abordan diversos temas de diferentes áreas del conocimiento con la intención de mantener una cobertura que sea de gran valor para todos aquellos investigadores que trabajan en las áreas de la ingeniería y ciencias aplicadas.

Metodología de predicción de precios del petróleo basada en dinámica fractal

Oswaldo Morales Matamoros
Alexander Balankin
Luis M. Hernández Simón

Grupo Interdisciplinario "Mecánica Fractal",
Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME),
Instituto Politécnico Nacional (IPN).
<http://www.mfractal.esimez.ipn.mx>
Unidad Profesional "Adolfo López Mateos",
Ed. 5, 3^{er} piso, Col. Lindavista. CP 07738,
México, DF.
MÉXICO.

Tel. 5729 6000 ext. 54584, Fax ext. 54589.

email: omoralesm@ipn.mx
abalankin@sni.conacyt.mx
hsimon@ipn.mx

Recibido el 3 de mayo de 2004; aceptado el 3 de diciembre de 2004.

1. Resumen

El comportamiento observado en la volatilidad histórica de los precios del petróleo, dentro del marco conceptual de la cinética del crecimiento de interfases rugosas, puede ser interpretado en términos de avalanchas a cualquier escala, las cuales definen un horizonte con escala intrínseca y construyen correlaciones a largo plazo en la volatilidad histórica. A partir de esto, en el presente trabajo se desarrolla una metodología de predicción de precios del petróleo, la cual consistió en construir un modelo de predicción y en generar tres escenarios probabilísticos sobre el comportamiento futuro de los precios del petróleo.

2. Abstract (Methodology for Forecasting the Oil Crude Prices Based on Fractal Dynamics)

The behavior of crude oil price volatility, within a conceptual framework of kinetic roughening of growing interfaces, could be interpreted in terms of avalanche dynamics at any scale. Taking into account the findings about the behavior of crude

oil price volatility, in this work a methodology was developed for forecasting the future behavior of crude oil price.

Palabras clave: volatilidad de precios del petróleo, fractales, análisis estadístico, pronósticos.

3. Introducción

La dinámica de todos los sistemas complejos reales manifiesta una parte aleatoria, causada por la no-linealidad característica de los sistemas dinámicos o por el ruido estocástico externo. Como ejemplos de sistemas dinámicos complejos se encuentran los sistemas físicos, biológicos, de cómputo, sociales y económicos. Dichos sistemas generalmente exhiben invarianza a diferentes escalas; es decir, su comportamiento no cambia por el reescalado de las variables (espacio y tiempo) que gobiernan su dinámica. Esto permite emplear el enfoque de escalamiento dinámico para estudiar la cinética del crecimiento de interfases rugosas, así como series de tiempo que contengan datos de los mercados financieros, revelando sorprendentes similitudes entre la dinámica de la volatilidad de precios y la cinética del crecimiento de interfases rugosas.

La rugosidad de interfases que crecen en no-equilibrio es sólo uno de los campos en los cuales la invarianza de escala se ha observado como una característica común y básica. La invarianza de escala de las interfases en crecimiento, los eventos y la información sobre un amplio intervalo de escalas de longitud y tiempo, se presentan de tal manera que no importa cuál es el tamaño de la escala considerada, ya que siempre se observa sorprendentemente una riqueza en estructuras complejas. [1]

El hallazgo de que el crecimiento estocástico de superficies exhibe un comportamiento en escalamiento no trivial y que evoluciona naturalmente a un estado estacionario, que no tiene una escala de tiempo o espacio característica, ha conducido al desarrollo de un método general de escalamiento [2] para describir de manera cuantitativa el crecimiento de interfases. Este formalismo, que se basa en conceptos generales de invarianza de escala y fractales [3,4], se ha convertido en una herramienta estándar en el estudio del crecimiento de interfases. El método de escalamiento dinámico se ha aplicado al estudio de una gran variedad de modelos teóricos de crecimiento de interfases, incluyendo la deposición balística y el modelo Eden. [2]

En años recientes, para entender la naturaleza de las estructuras desordenadas y su formación mediante procesos aleatorios, se han desarrollado los conceptos fractales, introducidos por Mandelbrot [3] en una teoría llamada geometría fractal. Los fractales son conjuntos matemáticos que permanecen invariantes a los cambios de escala.

La autosimilitud y la autoafinidad son los conceptos que unifican áreas como fractales, leyes de potencia y caos. La autosimilitud es una de las simetrías fundamentales que rigen el universo; mientras que la autoafinidad, o invarianza bajo cambios de escala o tamaño anisotrópico, es un atributo de muchas superficies e interfases que se presentan en algunos fenómenos naturales y económicos. [5]

La geometría fractal se aplica para caracterizar los fenómenos críticos que presentan invarianza de escala, como es el caso de las interfases, mediante la explotación de su principal propiedad: la ausencia de una escala característica, por lo que no existe ninguna unidad asociada, es decir, el mismo modelo es válido para todas esas escalas. Este tipo de fenómenos críticos, independientes de la escala, son conocidos así porque fueron inicialmente observados en los puntos críticos de las transiciones de fases continuas. La física de los procesos críticos está únicamente dominada por las simetrías del sistema. Así pues, distintos sistemas críticos, compuestos por distintas sustancias y a diferentes escalas, pueden ser descritos por un solo modelo. Esta idea fue la que dio origen a las clases de universalidad, que es la manera en cómo son clasificados los distintos sistemas críticos. Cada una de dichas clases aparece como resultado de unas simetrías distintas propias de un grupo de fenómenos críticos [6].

Balankin *et al.* [7] analizaron y caracterizaron la dinámica de las fluctuaciones de los precios del petróleo dentro de un marco conceptual de la cinética del crecimiento de interfases rugosas (análisis fractal o de escalamiento). Esto lo hicieron a través de las siguientes consideraciones.

El comportamiento aleatorio de la dinámica espacio-tiempo puede ser caracterizada por las fluctuaciones de los parámetros observables, definido como:

$$\sigma(\Delta, t) = \langle \langle [Z(X, t) - \langle Z(X, t) \rangle_{\Delta}]^2 \rangle_{\Delta} \rangle_R^{1/2}, \quad (1)$$

en donde $\langle \dots \rangle_{\Delta}$ denota el promedio del espacio, dentro de una ventana de tamaño Δ , y $\langle \dots \rangle_R$ se refiere al promedio de todas las caracterizaciones realizadas.

Normalmente se espera que la dinámica de escalamiento de invarianza implique que las fluctuaciones $\sigma(\Delta, t)$ satisfagan la dinámica de escalamiento ansatz de Family-Vicsek [45],

$$\sigma(\Delta, t) \propto t^{\beta} f[\Delta / \xi^z(t)], \quad (2)$$

en donde $\xi(t) \propto t^{1/z}$ es la función de correlación de la escala del «espacio» y la función de escalamiento se comporta como $f(y) \propto y^H$, si $y \ll 1$, o $f(y) \approx 1$, si $y \gg 1$; en este caso H es el llamado *exponente local* (o de Hurst) que determina si existe comportamiento aleatorio, z es el *exponente dinámico* (indica qué tan rápido las correlaciones se expanden a través del sistema) y $\beta = H / z$ es el *exponente de crecimiento* (que caracteriza el comportamiento de la superficie en el corto plazo).

El *exponente de Hurst* (H) es también un indicador para determinar si un fenómeno o una serie de tiempo presentan un comportamiento fractal y mide la intensidad de dependencia a largo plazo de una serie de tiempo. Se dice que el fenómeno analizado es aleatorio cuando $H = 0.5$ (ruido blanco), que es persistente cuando $0.5 < H < 1$ (existe invarianza de escala asociada a correlaciones positivas a largo plazo), y que es antipersistente cuando $0 < H < 0.5$ (existe invarianza en la escala asociada a correlaciones negativas a largo plazo). [8]

El escalamiento de la forma (2) es válido para una gran variedad de sistemas en no-equilibrio, así como fenómenos críticos [9]. Específicamente, la dinámica de escalamiento ansatz de Family-Vicsek es usualmente usada para describir la cinética del crecimiento de interfases rugosas [6]. Pero, generalmente, una simple ley de escalamiento (2) no es universal [9,10]; en lugar de esto, hay evidencia de que los logaritmos de los parámetros pueden ser utilizados para producir un colapso en los datos [10]. De esta forma, Sittler y Hinrichsen [10] han sugerido la forma de escalamiento dinámico generalizado con exponentes que varían continuamente:

$$\sigma(\Delta, t) \propto \Phi(\Delta^{H(t)}, t^{\beta(\Delta)}), \quad (3)$$

donde Φ es la función de escalamiento.

Finalmente, los cambios (o fluctuaciones) en los precios son normalmente medidos por los incrementos en éstos, los rendimientos logarítmicos de precios ($\delta(\tau)$) o el valor absoluto de los rendimientos logarítmicos ($|\delta(\tau)|$). Sobre una base de composición continua, el *rendimiento logarítmico del precio* en un periodo es calculado como el logaritmo del precio final menos el logaritmo del precio inicial:

$$\delta_i(\tau) = \ln(1 + \Delta_i) = \ln(P_i/P_{i-\tau}) = p_i - p_{i-\tau} \quad (4)$$

El *valor absoluto de los rendimientos logarítmicos* describe la amplitud de la fluctuación, ya que es siempre positivo y no existen tendencias globales que sean obvias. [11]

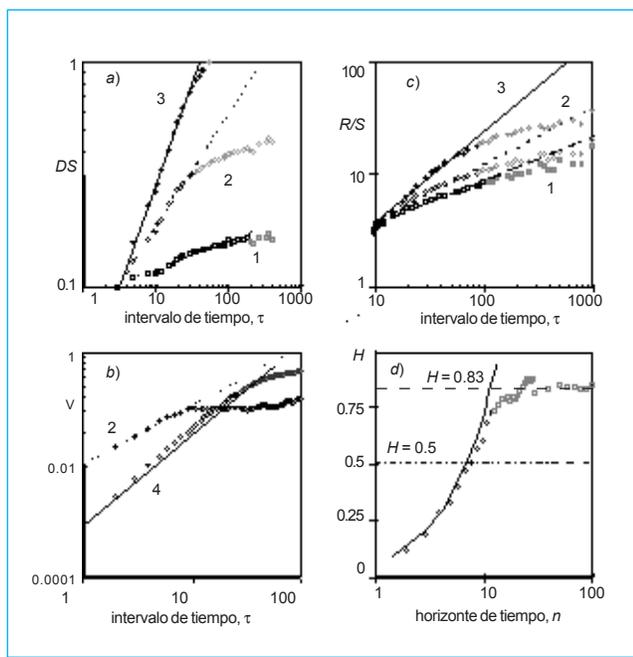


Fig. 1. [11]. (a-c) Gráficas fractales de volatilidades históricas de los precios del petróleo, obtenidas por los métodos de trazado autoafín: a) rugosidad-longitud, b) variograma y c) rango reescalado; los números son los diferentes horizontes de tiempo: 1. $n = 3$, 2. $n = 8$, 3. $n = 20$ y 4. $n = 60$ días hábiles. d) Dependencia de H vs. horizonte (los círculos y cuadrados son los datos experimentales, mientras que la línea continua representa el ajuste de los datos por medio de una ley de potencia).

La *volatilidad* es la desviación estándar del precio, ya que ésta representa una medida general de la magnitud de las fluctuaciones del mercado [11]. Por ende, una manera de calcular la volatilidad histórica de los precios, para diferentes horizontes de tiempo: $n = 2, 3, \dots, m$, es como:

$$V_n(\tau) = (n-1)^{-1} \sqrt{\sum_{i=1}^n (P^2(\tau+i) - \langle P^2(\tau) \rangle)} \quad (5)$$

donde el valor promedio de $P^2(\tau)$ denota el tiempo promedio de negociación y τ es el tiempo para realizar las transacciones (excluyendo fines de semana y días festivos del mercado).

Balankin *et al.* [7] concluyeron que la volatilidad histórica de los precios del petróleo a largo plazo es persistente (correlaciones positivas a largo plazo), lo cual satisface el escalamiento dinámico de Family-Viscek ansatz; mientras que a corto plazo es antipersistente, obedeciendo a la ley generalizada de escalamiento con variaciones continuas en los exponentes de escalamiento (figuras 1 y 2).

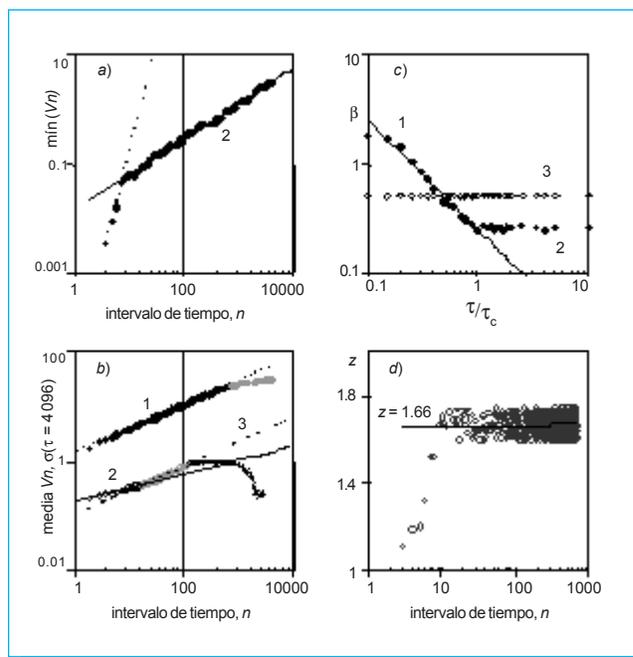
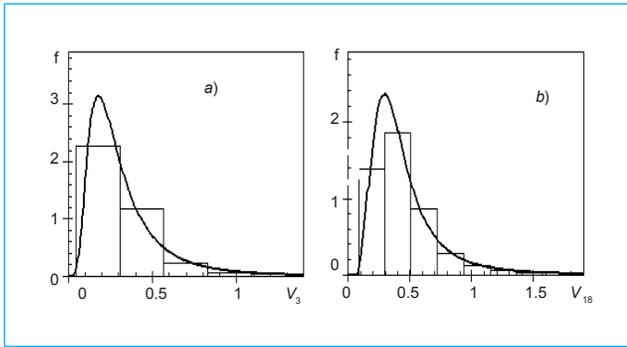


Fig. 2. [11]. Resultados del análisis fractal (o de escalamiento) de la volatilidad histórica de los precios del petróleo (los puntos representan los datos experimentales y las líneas los ajustes de los datos mediante leyes de potencia): a) función de volatilidad mínima vs. horizontes de tiempo: (1) mín. $\langle V_n \rangle = 10^{-9} n^{0.95}$, $R^2 = 0.97$ y (2) mín. $\langle V_n \rangle = 0.014 n^{0.66}$, $R^2 = 0.993$; b) media (1) y desviación estándar (2,3) de la volatilidad ($\tau = 4\,096$) vs intervalo de tiempo, n :
 (1) $\{V_n(\tau = 4\,096)\} = 1.5 n^{0.5}$, $R^2 = 0.999$,
 (2) $\sigma\{V_n(\tau = 4\,096)\} = 0.18 n^{0.26}$, $R^2 = 0.995$
 (3) $\sigma\{V_n(\tau = 4\,096)\} = 0.1 n^{0.45}$, $R^2 = 0.998$
 (el título del eje de las x indica la cantidad);
 c) exponente de crecimiento β vs. intervalo de tiempo normalizado para los horizontes de la volatilidad: $n = 3$ (1,2) y $n = 60$ (3); d) dependencia del exponente dinámico con respecto al horizonte de la volatilidad.

Asimismo, se encontró que la transición de un comportamiento antipersistente a otro persistente está acompañado por un cambio en el tipo de distribución estadística de la volatilidad (figura 3). Este fenómeno es atribuido a la dinámica compleja de avalanchas del mercado petrolero, el cual puede ser también observado en una amplia gama de sistemas físicos gobernados por la dinámica de avalanchas. [8,12]

Los hallazgos antes señalados sugieren que la dinámica de la volatilidad histórica de los precios del petróleo está gobernada por un estado de criticidad auto-organizada (SOC), parecido a los que comúnmente ilustran, de manera conceptual, las avalanchas en una pila de arena [8]. De acuerdo a esto, el sistema evoluciona a través de estados transitorios en horizontes de tiempo $n < 18$, los cuales no son críticos, hacia un atractor



dinámico en equilibrio (dentro del estado crítico) para horizontes a largo plazo. En el largo plazo, la volatilidad histórica de precios obedece a la dinámica de escalamiento de Family-Vicsek ansatz donde podría ser predecible su comportamiento (en sentido estadístico). [12,13]

Dado que el requisito fundamental es que los datos de las series de tiempo posean alguna dependencia o correlación a largo plazo [14], los hallazgos de Balankin *et al.* [7] sirvieron de punto de partida para que en este trabajo se desarrollara una metodología de predicción de precios del petróleo, a través de la cual se generaron escenarios probabilísticos del futuro comportamiento del precio del petróleo. [15,16]

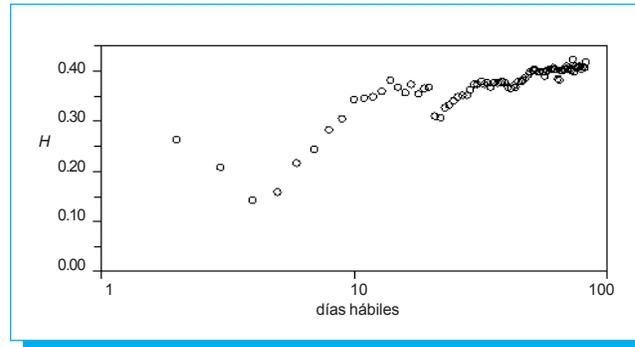
4. Desarrollo

4.1 Construcción del modelo de predicción de precios del petróleo

Primero se calculó el valor absoluto de los rendimientos logarítmicos de precios ($|\delta(\tau)|$) para diferentes horizontes de estudio $n = 2,3,4, \dots, 101$. Esto se realizó porque $|\delta(\tau)|$ indica la amplitud de las fluctuaciones en los precios, por lo que se le considera una forma de interpretar la volatilidad de los precios; de igual manera, el valor de $|\delta(\tau)|$ está correlacionado en el tiempo como una ley de potencia.

Después se calculó el exponente de Hurst (H) de $|\delta(\tau)|$ para cada uno de los 100 horizontes de estudio, mediante cinco métodos de trazado autoafín (del rango reescalado, de espectro de potencia, del variograma, de las ondoletas y de rugosidad-longitud) con la ayuda del software Benoit 1.3. [17]

Enseguida se promediaron los valores de $H_{|\delta(\tau)|}$ de las 100 series de tiempo. Asimismo, estos promedios globales de $H_{|\delta(\tau)|}$ se



graficaron para saber a partir de qué momento los $H_{|\delta(\tau)|}$ globales tenían un comportamiento prácticamente constante; es decir, de qué momento las $H_{|\delta(\tau)|}$ globales alcanzan el estado estacionario (figura 4).

En la figura 4 se aprecia que los valores promedio de $H_{|\delta(\tau)|}$ alcanzan un estado estacionario aproximadamente en el dato número 15. Esto se interpreta como el hecho de que cada 15 días hábiles (3 semanas naturales) las fluctuaciones se estabilizan o, en términos de la dinámica del crecimiento de interfases, que el sistema alcanza un estado estacionario. Con base en esto, la predicción de precios debería realizarse para cada 15 días hábiles.

Por lo tanto, el cuarto paso consistió en calcular el promedio de $H_{|\delta(\tau)|}$, desde el dato 15 hasta el dato 101, dando como resultado un valor de 0.38. Este valor se empleó más adelante para generar escenarios probabilísticos sobre el comportamiento de los precios del petróleo.

Posteriormente se obtuvo el rango de las fluctuaciones para cada 15 días hábiles; o sea, las máximas fluctuaciones que se podrían tener en este intervalo de tiempo. Esto se realizó de la siguiente manera. Se calculó el valor de $|\delta(\tau)|$ para cada 15 días; es decir, para el primer punto se consideró desde el precio 1 hasta el precio 15, para el punto dos desde el precio 2 hasta el precio 16, para el punto tres desde el precio 3 hasta el precio 17, y así sucesivamente hasta el último punto desde el precio 4 485 hasta el precio 4 500. De esta forma se obtuvieron 4 485 datos de $|\delta(\tau)|$. Luego se determinaron los valores máximo y mínimo de estos 4,485 datos y se calculó el rango de estos datos (valor máximo menos valor mínimo) dando su valor de 0.48. Este valor de 0.48 también fue un dato que se empleó para generar escenarios probabilísticos sobre el comportamiento de los precios del petróleo.

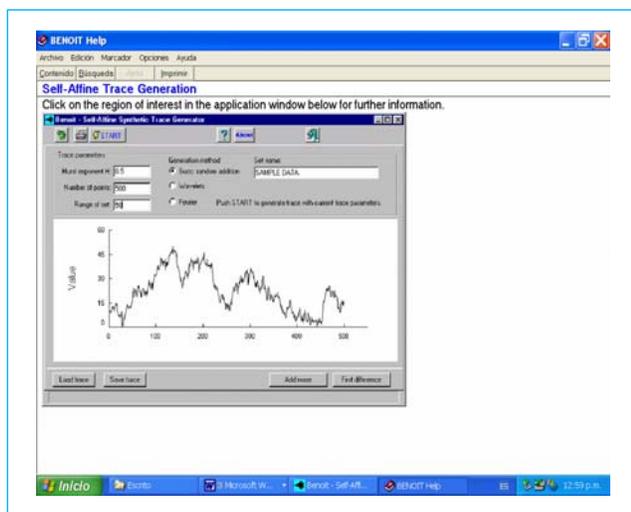


Fig. 5. Ventana del software Benoit 1.3, a partir de la cual se crearon las 300 trazas que se emplearon de punto de partida para predecir los precios del petróleo.

4.2 Generación de escenarios probabilísticos para los precios del petróleo

En la sección anterior se estimaron dos parámetros estadísticos cuando las series de tiempo alcanzaban un estado estacionario: (i) el promedio global del exponente de Hurst para $|\delta(\tau)|$ ($H_{|\delta(\tau)|} = 0.38$); y (ii) el rango de $|\delta(\tau)|$, para $\tau = 15$ días hábiles (3 semanas naturales), cuyo valor fue de 0.48.

Para generar los escenarios probabilísticos, se crearon, de manera aleatoria, 300 series de tiempo (o trazas) autoafines con el software Benoit 1.3 [15] a partir de los siguientes datos: $H = 0.38$, número de puntos de cada traza = 225 y rango del conjunto = 0.48 (figura 5). Cada una de las 300 trazas creadas consta de 225 datos. Cada dato indica el valor promedio pronosticado del rendimiento logarítmico de precios, $\delta(\tau)$, durante un lapso de 15 días hábiles (tres semanas naturales); por consiguiente, el horizonte de predicción es de enero de 2004 hasta noviembre de 2016 (225 datos * 15 días hábiles = 3 375 días hábiles = 12.9 años naturales, considerando que un año natural contiene 260 días hábiles).

Hasta el momento, sólo se han sentado las bases para predecir el valor de los rendimientos logarítmicos. Sin embargo, a las personas que toman las decisiones estratégicas también les interesa la tendencia del mercado; es decir, si los precios van a la alza, a la baja o se mantendrán prácticamente constantes. Así pues, es necesario determinar la tendencia de los incrementos, o sea el signo de los incrementos.

Sornette y Andersen [14] proponen predecir el signo de las variaciones (o incrementos) de series de tiempo que no contienen correlaciones, tal como es el caso de $\delta(\tau)$ y de los precios, con una extraordinaria probabilidad de éxito del 75% para distribuciones simétricas (como la normal o la distribución logística). Esta propuesta predice el signo del incremento de los rendimientos logarítmicos y no el signo de los rendimientos (que son proporcionales al incremento de los precios).

La propuesta de Sornette y Andersen parte del hecho de que, para variables independientes e idénticamente distribuidas (comportamiento aleatorio), la probabilidad de tener un incremento positivo o negativo es del 50%, debido a que se trata de distribuciones simétricas. Por ende, estos autores sugieren que un valor de $\delta(\tau)$ (o precio) tenga signo positivo, el siguiente valor signo negativo, el próximo valor signo positivo, el valor que le sigue signo negativo; así sucesivamente hasta asignar al último valor de la serie de tiempo el signo contrario al valor anterior inmediato.

Por otra parte, cada una de las 300 trazas fueron creadas de manera aleatoria, por lo que los 225 datos de cada traza son variables idéntica e independientemente distribuidas.

Dado lo anterior, se aplicó la propuesta de Sornette y Andersen a cada una de las 300 trazas generadas. En otras palabras, al primer dato de cada traza se le asignó el signo positivo, al segundo dato el signo negativo, al tercer dato el signo positivo, al cuarto dato el signo negativo; así sucesivamente hasta que al dato 225 se le asignó el signo contrario al del dato 224.

Hasta este punto se tenían únicamente datos proyectados de $\delta(\tau)$ con signos de los incrementos asignados. Pero lo que realmente nos interesaba era tener datos de los precios proyectados (o pronosticados). Así pues, se calcularon, para cada una de las 300 trazas, los 225 precios promedio del petróleo proyectados cada 15 días hábiles (tres semanas naturales), a partir de los 225 datos de $\delta(\tau)$ con sus signos positivos y negativos ya asignados.

La fórmula para determinar $\delta(\tau)$ es

$$\delta(\tau) = \ln(P(t) / P(t-\tau)). \quad (6)$$

Entonces, para determinar el valor del precio, $P(t)$, se utilizó la siguiente expresión matemática:

$$P(t) = P(t-\tau) * \exp(\delta(\tau)). \quad (7)$$

El primer valor de $P(t-\tau)$ que se aplicó para calcular los 225 $P(t)$ fue el de 16.69 \$/bl. Este valor es el precio promedio de los

últimos 15 días hábiles de diciembre de 2003 (del 12 al 31 de diciembre).

Una vez obtenidas las 300 series de tiempo de los precios promedio del petróleo (para cada 15 días hábiles), se hizo lo siguiente para cada una de estas 300 series. Se dividió cada serie en dos subseries. Una subserie con los datos de signo positivo (113 datos), y la otra subserie con los datos de signo negativo (112 datos). Hecho lo anterior, se tenían 300 series de precios promedio con tendencia alcista y otras series de tiempo con tendencia descendente.

Una vez realizado lo anterior, para las 300 trazas con los 225 datos se calculó el valor máximo global y el valor mínimo global para cada punto (tabla 1); estos 225 valores máximos y 225 valores mínimos representan, respectivamente, los precios más altos y más bajos del petróleo en caso de escenarios en los que se suscitarán guerras, desastres naturales, recesiones económicas, entre muchos fenómenos naturales y sociales.

En lo que respecta a las 300 subseries, tanto con signo positivo como con signo negativo, se determinó el promedio global de cada uno de los 112 datos (tabla 2); estos 112 promedios representan el máximo valor y el valor mínimo que podría alcanzar el precio promedio del petróleo en un escenario que supone condiciones de estabilidad. El promedio del valor máximo y el valor mínimo, en cada punto proyectado, representa el valor más probable de ocurrir.

Como los precios proyectados en las tablas 1 y 2 (desde enero de 2004 hasta noviembre de 2016) son precios promedio mensuales, para poder representar en una sola gráfica dichos precios con los precios históricos (desde enero de 1986 hasta diciembre de 2003), se obtuvieron los promedios mensuales de los precios históricos.

Los precios promedio mensuales del petróleo (históricos y pronosticados) estaban en dólares constantes de 1983. Pero para comparar los precios proyectados en este trabajo con los generados por firmas especializadas en la materia, se convirtieron todos los precios a dólares constantes de 2003.

Para convertir los precios constantes de 1983 a precios constantes de 2003, se cambió el año base; es decir, 1983 dejó de ser el año base (99.96%) y se tomó como año base 2003 (179.35%). Entonces, los porcentajes de inflación tuvieron que cambiar. Para calcular el nuevo porcentaje de inflación de 1983, teniendo como año base 2003, se multiplicó el porcentaje de 1983 (99.96%) por 100, y el producto

se dividió entre el porcentaje de 2003 (179.35%), de tal suerte que el nuevo porcentaje de 1983 fue de 55.53% $([99.96 \cdot 100] / 179.35)$. El mismo procedimiento se realizó para obtener los nuevos porcentajes de inflación para los años 1984-2002.

Una vez obtenidos los nuevos porcentajes anuales de inflación, se multiplicó cada precio mensual promedio del petróleo por la nueva inflación anual. Por ejemplo, para convertir el precio promedio de enero de 1986 a dólares de 2003, se multiplicó dicho precio (16.8662 \$/bl) por la nueva inflación de 1986 (61.11%), dando como resultado un precio de 49.5013 \$/bl (dólares de 2003).

En la figura 6 se presenta la gráfica de los precios históricos mensuales del petróleo en dólares constantes de 2003.

En la misma figura 6 se observan los precios mensuales pronosticados del petróleo, incluyendo escenarios que contemplan desequilibrios en los precios por movimientos sociales y naturales (curvas de valores máximos y valores mínimos), así como un escenario de precios bajo condiciones de estabilidad del mercado (curva más gruesa).

Asimismo, en la figura 6 también se aprecia que es más probable que el impacto de los fenómenos sociales o naturales en el comportamiento futuro de los precios del petróleo provoque que éstos se disparen hacia arriba (hasta 95 \$/bl), en lugar de seguir una tendencia hacia la baja (hasta 10 \$/bl). Aunque el escenario más probable es que los precios del petróleo se mantengan prácticamente entre 30 y 32.5 \$/bl).

Tabla 1. Valores máximos y mínimos de las 300 series de precios promedio del petróleo.

	Maximo	Minimo	Maximo	Minimo	Maximo	Minimo	Maximo	Minimo
0	16.6900	16.6900	58	41.1782	8.7835	116	33.6998	8.2138
2	26.9729	14.7486	60	43.7915	8.9926	118	36.4597	8.0528
4	27.5069	14.1140	62	40.7866	8.4105	120	36.9408	7.8469
6	27.2003	13.7396	64	41.2658	8.4467	122	40.2784	8.6603
8	27.4085	13.2257	66	38.6136	7.8031	124	38.3676	8.3045
10	29.8420	13.9361	68	37.8403	8.0709	126	39.8806	8.7774
12	28.9023	13.2596	70	38.1934	8.7405	128	38.9585	8.1097
14	29.9278	12.5380	72	36.1998	8.1190	130	38.4769	8.3178
16	30.3235	12.5600	74	34.4928	7.6197	132	38.3336	8.0872
18	29.8499	12.2057	76	33.1778	8.0055	134	37.5297	7.3773
20	29.2394	12.6098	78	32.5994	7.6835	136	38.1680	7.2436
22	31.7759	12.1320	80	34.3604	8.1443	138	37.9813	7.0534
24	29.1253	11.9082	82	35.3727	7.7758	140	39.3092	6.7451
26	31.9331	11.2585	84	38.8264	8.2762	142	39.6160	7.3708
28	33.0310	10.6155	86	37.8191	7.7684	144	39.7235	7.4322
30	34.5708	10.7935	88	37.6335	7.6103	146	41.0981	7.5704
32	34.0813	11.1065	90	39.8520	7.4746	148	41.4915	7.5646
34	34.6820	11.0641	92	37.7850	7.2926	150	45.2417	7.1018
36	36.9740	11.4008	94	36.7989	7.4069	152	42.8256	7.2600
38	37.1301	11.1079	96	37.4884	8.1217	154	42.9679	7.3147
40	40.3767	11.1677	98	38.3498	7.9568	156	42.0025	7.0434
42	39.0976	10.9922	100	37.0469	8.5083	158	42.1560	7.0573
44	36.8048	10.3684	102	36.8364	8.3162	160	43.8855	7.0081
46	40.0369	9.8014	104	36.7928	8.0238	162	43.9897	7.2606
48	36.5102	9.7568	106	37.5290	8.2728	164	45.1105	7.0808
50	34.7427	9.5615	108	37.4372	8.0586	166	42.2776	6.9188
52	34.7922	9.9009	110	34.3599	7.7552	168	46.7155	6.6883
54	39.4660	9.9362	112	35.2433	7.8503	170	49.3157	6.3847
56	39.5675	9.9541	114	35.4722	7.6477	172	46.1426	6.3668

Tabla 2. Promedios globales de los precios con signos positivos (tendencia alcista) y con signos negativos (tendencia descendente).

	Promedio (+)	Promedio (-)	PROMEDIO		Promedio (+)	Promedio (-)	PROMEDIO		Promedio (+)	Promedio (-)	PROMEDIO
0	16.6900	16.6900	16.6900	76	17.1803	16.9475	17.0639	152	17.3011	17.0768	17.1889
2	16.8764	16.6872	16.7818	78	17.1885	16.9254	17.0469	154	17.3288	17.1039	17.2163
4	16.8945	16.7273	16.8109	80	17.1805	16.9523	17.0564	156	17.2997	17.0756	17.1876
6	16.8973	16.7146	16.8059	82	17.1810	16.9906	17.0858	158	17.2822	17.0875	17.1848
8	16.9204	16.7637	16.8421	84	17.1971	16.9968	17.0970	160	17.2953	17.0973	17.1963
10	16.9259	16.7597	16.8428	86	17.1536	16.9361	17.0448	162	17.2722	17.0791	17.1757
12	16.9619	16.7752	16.8685	88	17.1768	16.9855	17.0812	164	17.2497	17.1204	17.1850
14	16.9768	16.8016	16.8892	90	17.2077	16.9934	17.1005	166	17.2062	17.0846	17.1454
16	16.9693	16.8044	16.8869	92	17.2129	16.9719	17.0924	168	17.2221	17.0860	17.1540
18	16.9616	16.8001	16.8808	94	17.1874	16.9020	17.0447	170	17.2358	17.0891	17.1624
20	16.9670	16.7918	16.8793	96	17.2161	16.9025	17.0593	172	17.2612	17.1265	17.1939
22	16.9603	16.7783	16.8693	98	17.2061	16.8900	17.0480	174	17.2643	17.0442	17.1543
24	16.9862	16.8333	16.9097	100	17.2538	16.9320	17.0929	176	17.2396	17.0188	17.1292
26	16.9626	16.8224	16.8925	102	17.2510	16.9158	17.0834	178	17.2520	17.0330	17.1425
28	16.9718	16.8011	16.8865	104	17.2467	16.8893	17.0680	180	17.1985	16.9546	17.0766
30	16.9778	16.8210	16.8994	106	17.2413	16.9338	17.0876	182	17.1928	16.9217	17.0572
32	17.0123	16.8659	16.9391	108	17.2643	16.9649	17.1146	184	17.2310	16.9576	17.0943
34	17.0005	16.8330	16.9167	110	17.2391	16.9355	17.0873	186	17.2459	16.9142	17.0801
36	17.0425	16.9131	16.9778	112	17.2175	16.9137	17.0656	188	17.2341	16.8947	17.0644
38	17.0895	16.8806	16.9650	114	17.2428	16.9324	17.0876	190	17.2075	16.8574	17.0324
40	17.1087	16.9044	17.0066	116	17.2267	16.9252	17.0760	192	17.2564	16.8985	17.0775
42	17.1238	16.9423	17.0331	118	17.2204	16.8748	17.0476	194	17.2715	16.8959	17.0837
44	17.1153	16.9636	17.0345	120	17.2546	16.9203	17.0874	196	17.3007	16.9241	17.1124
46	17.1423	16.9625	17.0524	122	17.2787	16.9876	17.1331	198	17.3410	16.9732	17.1571
48	17.1259	16.9717	17.0488	124	17.2250	16.9562	17.0906	200	17.3804	17.0278	17.2041
50	17.1323	16.9539	17.0431	126	17.2694	16.9852	17.1273	202	17.3785	17.0140	17.1963
52	17.1502	16.9644	17.0573	128	17.3091	17.0315	17.1703	204	17.3911	17.0774	17.2342
54	17.1606	16.9671	17.0639	130	17.3077	17.0674	17.1875	206	17.3673	17.0410	17.2042
56	17.1403	16.9628	17.0515	132	17.3134	17.0347	17.1741	208	17.3749	17.0480	17.2115
58	17.1481	16.9614	17.0547	134	17.3052	17.0361	17.1706	210	17.3642	17.0317	17.1980
60	17.1437	16.9462	17.0449	136	17.2334	16.9523	17.0928	212	17.3377	17.0041	17.1709
62	17.1282	16.9118	17.0200	138	17.2637	16.9834	17.1236	214	17.3322	17.0086	17.1704
64	17.1249	16.8972	17.0110	140	17.3182	17.0183	17.1683	216	17.3500	16.9845	17.1672
66	17.1516	16.8742	17.0129	142	17.3511	17.0377	17.1944	218	17.3571	16.9536	17.1553
68	17.1699	16.9143	17.0421	144	17.3392	17.0616	17.2004	220	17.3927	16.9929	17.1928
70	17.1825	16.9422	17.0624	146	17.3345	17.0909	17.2127	222	17.3717	16.9927	17.1822
72	17.1503	16.9079	17.0291	148	17.3385	17.0829	17.2107	224	17.3606	17.0021	17.1813
74	17.1609	16.9686	17.0637	150	17.3057	17.0353	17.1705				

especializadas en la materia, con el propósito de validar la metodología desarrollada.

4.3 Análisis y discusión de resultados

La manera en que se analizaron los resultados obtenidos, fue comparar los precios del petróleo crudo WTI generados con esta metodología con los precios presentados por firmas reconocidas internacionalmente. En la tabla 3 se dan a conocer las proyecciones (2004-2015) de cinco empresas internacionales, de PEMEX y del presente trabajo (tesis) para los precios anuales del petróleo crudo *West Texas Intermediate* (WTI), en dólares constantes de 2003.

Cabe hacer algunas aclaraciones sobre la tabla 3. Primero, los precios proyectados en esta tabla son dólares americanos que habría que pagar por un barril de petróleo crudo WTI. Segundo, a continuación se dan a conocer los nombres de las cinco compañías internacionales:

- E(1): Purvin & Gertz NGL Market Outlook,
- E(2): Global Insight Inc. (antes DRI-WEFA),
- E(3): Petroleum Industry Research ASS (PIRA),
- E(4): EIA/ Annual Energy Outlook 2004 y
- E(5): Pace Global Energy Services.

Finalmente, en la figura 7 se aprecia únicamente el escenario de precios promedio proyectados (figura 6) bajo condiciones estables del mercado, el cual es más probable que ocurra.

La figura 7 es la base que sirve para comparar los precios generados con la metodología de predicción desarrollada en este trabajo con los precios presentados por diversas firmas

Tercero, la información sobre los pronósticos generados por las cinco compañías extranjeras y por PEMEX se obtuvo de un informe preliminar para discusión que emitió PEMEX a finales de 2003. Asimismo, por razones de confidencialidad, en el presente trabajo se evita citar la fuente.

Finalmente, los pronósticos de precios anuales se determinaron promediando los pronósticos mensuales (del



Fig. 6. Precios mensuales, históricos (enero de 1986 a diciembre de 2003) y pronosticados (enero de 2004 a noviembre de 2016), del petróleo crudo WTI a dólares constantes de 2003.

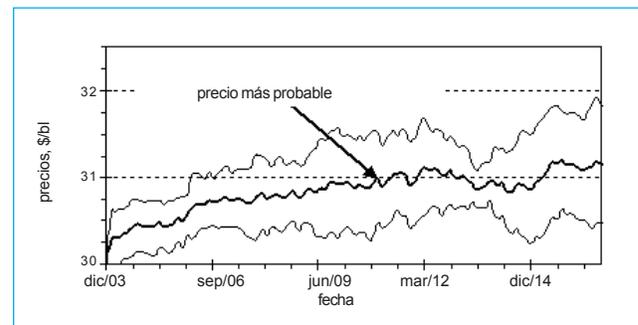


Fig. 7. Precios promedio mensuales pronosticados del petróleo crudo WTI en condiciones de estabilidad.

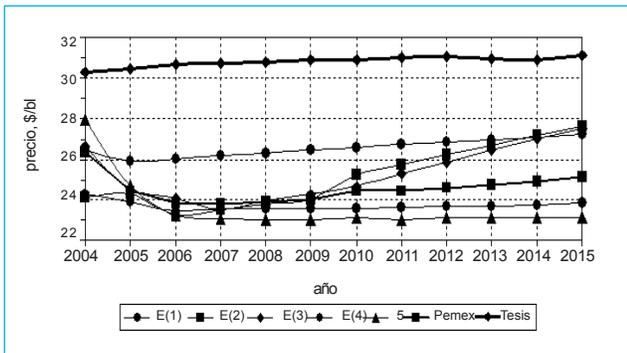


Fig. 8. Proyecciones de cinco empresas internacionales, de PEMEX y del presente trabajo (tesis) para los precios anuales del petróleo crudo WTI (2004-2015), en dólares constantes de 2003.

escenario más probable) generados. Por otra parte, en la figura 8 se muestran las curvas de los precios presentados en la tabla 3. Con base en esta figura se realizaron las conclusiones.

5. Conclusiones

- Las cinco compañías consultoras y Pemex esperan una reducción en los precios del petróleo crudo WTI durante los tres primeros años, iniciándose una recuperación a partir del año 2008.
- De estos seis escenarios, el de la EIA (E(4)) es el de mayor nivel de precios (promediando en el periodo 2004-2015, 26.58 \$/bl), mientras que el de Purvin & Gertz (E(1)) y el de Pace (E(5)) son los menores (23.69 y 23.61 \$/bl, respectivamente). Por su parte, Pemex tiene un promedio en el periodo 2004- 2015 de 24.53 \$/bl.
- Los precios proyectados por las cinco consultoras y por Pemex se mantienen dentro de la canasta básica establecida por la OPEP: 22-28 \$/bl, lo cual, según los analistas del mercado petrolero, es correcto, ya que la OPEP se ha empeñado en mantener los precios del petróleo en esta banda.
- En cuanto a los pronósticos de este trabajo (tesis), éstos proyectan los precios anuales más altos para el petróleo crudo WTI, promediando en el periodo 2004-2015, 30.82 \$/bl. Asimismo, estos pronósticos están, en promedio, 4.24 \$/bl arriba de los de EIA.
- Se considera que lo más probable es que los precios se mantengan constantes del año 2004 al año 2015, con un nivel de 30.82 \$/bl.

Tabla 3. [16]. Proyecciones de cinco empresas internacionales, de PEMEX y del presente trabajo (tesis) para los precios anuales del petróleo crudo WTI (2004-2015), en dólares constantes de 2003.

	E (1)	E (2)	E(3)	E(4)	E(5)	Pemex	Tesis
2004	24.24	24.08	26.65	26.50	27.94	26.34	30.31
2005	23.86	24.25	24.54	25.91	24.71	24.45	30.45
2006	23.45	23.23	24.02	26.05	23.23	23.80	30.70
2007	23.54	23.51	23.51	26.19	23.03	23.78	30.75
2008	23.55	23.77	23.92	26.32	23.01	23.89	30.80
2009	23.54	23.98	24.28	26.46	23.01	23.98	30.88
2010	23.57	25.28	24.64	26.58	23.10	24.45	30.92
2011	23.60	25.76	25.31	26.73	22.99	24.41	30.99
2012	23.63	26.23	25.88	26.85	23.08	24.60	31.07
2013	23.68	26.70	26.50	26.99	23.08	24.78	30.94
2014	23.73	27.18	27.01	27.11	23.08	24.95	30.90
2015	23.84	27.65	27.53	27.24	23.08	25.14	31.10

Dado todo lo anterior, se piensa que los pronósticos de tesis para los precios del petróleo crudo WTI, durante el periodo 2004-2015, son los más precisos porque son producto de un análisis estadístico y de escalamiento efectuado para identificar y caracterizar los parámetros estadísticos que gobiernan la dinámica de la volatilidad histórica de los precios del WTI.

Agradecimientos

Los autores agradecen al CONACYT (Proyecto CONACYT 34951-U), al Instituto Politécnico Nacional (Proyecto CGPI No. 20031240) y al Instituto Mexicano del Petróleo por el apoyo brindado para la realización de este trabajo.

6. Referencias

- [1] D. Morales. *Dinámica fractal de interfases en medios porosos*. Tesis doctoral (2001). Instituto Politécnico Nacional, México.
- [2] F. Family & T. Vicsek. *J. Phys. A* **18**, L75 (1985).
- [3] B.B. Mandelbrot. *The Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman, Nueva York (1982).
- [4] T. Vicsek. *Fractal Growth Phenomena*, World Scientific, Singapore (1991).
- [5] B.B. Mandelbrot. *Fractals and Scaling in Finance*, Springer, Nueva York (1997).
- [6] A-L Barabási & H.E. Stanley. *Fractal concepts in surface growth*, Cambridge University Press, Cambridge (1995).
- [7] A. Balankin, O. Morales, E. Gálvez, & A. Pérez. Crossover from antipersistent to persistent behavior in time series possessing the generalized dynamic scaling law, *Physical Review E* **69**, 036121, pp. 1-7 (2004).
- [8] P. Bak. *How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality*, Copernicus, Nueva York (1996).

- [9] J.J. Ramasco, J.M. López, & M.A. Rodríguez. Escalado dinámico genérico en la rugosidad cinética, *Phys. Rev. Lett.* **84**, pp. 2199-2202 (2000).
- [10] L. Sittler & H. Hinrichsen. On Generalized Scaling Laws with Continuously Varying Exponents, *J. Phys. A: Math. Gen.* **35**, pp. 10531-10538 (2002).
- [11] O. Morales Matamoros. Modelos mecánicos de la dinámica fractal del mercado petrolero, tesis doctoral (2004). Instituto Politécnico Nacional, México.
- [12] V. Frette, K. Christensen, A. Malthe-Sorensen, J. Frder, T. Jossang, & P. Meakin. Avalanche dynamics in a pile of rice, *Nature* **379**, pp. 49-52 (1996).
- [13] M. Pecuski, S. Maslov, & P. Bak. Avalanche dynamics in evolution, growth, and depinning models, *Phys. Rev. E* **53**, pp. 414-443 (1996).
- [14] D. Sornette & J.V. Andersen. Increments of Uncorrelated Time Series Can Be Predicted With a Universal 75% Probability of Success, *Int. Journal of Modern Physics*, Vol. VII, **4**, pp. 713-720 (2000).
- [15] D. Chávez F. Hacia la predicción del precio del petróleo y del índice de la bolsa, *Conversus*, núm. **23**, pp. 24-27 (2003).
- [16] D. Chávez Fragoso. Pronostican mayor precio del petróleo que Pemex; *Conversus*, núm. **28**, pp. 5 (2004).
- [17] BENOIT 1.3 <http://www.scioncorp.com>.

ESIME Zacatenco

La Coordinación del Piso de Pruebas
para Transformadores de los
Laboratorios Pesados II de Ingeniería Eléctrica
cuenta con pruebas acreditadas
que se encuentran al servicio de la industria nacional.

PRUEBAS:

RESISTENCIA DE AISLAMIENTO

RESISTENCIA ÓHMICA

RIGIDEZ DIELECTRICA

TENSIÓN APLICADA

TENSIÓN INDUCIDA

ELEVACIÓN DE TEMPERATURA

IMPULSO

POLARIDAD

Tel. 5729 6000, ext. 54750
correo electrónico:
[piso_pruebas@hotmail.com](mailto: piso_pruebas@hotmail.com)