

## Modelos de expansión de un sector productivo: un enfoque de sistemas

(\*)[Aguiles Bedriñana A. M.B.A](#)

### INTRODUCCION

Se presenta en este trabajo un modelo de expansión de un sector productivo que permite definir la mejor estrategia para satisfacer la demanda tratando de minimizar los costos totales asociados con la producción incluyendo en ellos también los costos de transporte. O en otras palabras maximizar la eficiencia en términos nacionales.

Todo sector productivo se caracteriza por la existencia de varias fuentes potenciales para el abastecimiento de la demanda. El modelo que se presenta aquí considera tres fuentes potenciales principales:

- \* Producción Nacional a partir de materia prima nacional.
- \* Producción Nacional a partir de productos semi-manufacturados importados.
- \* Importación del producto terminado.

En una primera etapa, y mediante la utilización de la técnica de Programación Lineal, se optimiza la gestión de varias estructuras productivas (definidas por ciertas capacidades industriales instaladas en puntos geográficos estratégicos del país). Se obtiene así una serie de estados posibles para cada uno de los años del período considerado en el análisis, a cada uno de los cuales aparece asociados un costo anual para satisfacer la demanda correspondiente.

Posteriormente, se evalúan las diferentes secuencias posibles de esos estados usando para ello como función objetiva el mínimo costo total actualizado (Valor Presente) para todo el período. Por el enfoque mismo del problema, los costos que se tienen en cuenta son precios obtenidos directamente o introduciendo correcciones a los precios del mercado.

Como resultado final se obtiene no solo las inversiones sino también la gestión óptima del sistema:

Niveles de producción en cada una de las unidades industriales, políticas de abastecimiento de materias primas y distribución del producto terminado para cada uno de los años del período total analizado.

Se entiende por sector productivo, para este trabajo, el conjunto de agentes económicos nacionales (personas, instituciones, instalaciones o equipos en general) necesarios para la producción y consumo de un determinado producto.

En el proceso productivo de un artículo, al menos en este trabajo, pueden distinguirse las siguientes alternativas:

a). Adquirir en el país la materia prima, producir con ella una serie de partes semimanufacturadas y posteriormente con éstos elaborar el producto final para ser entregado al consumidor.

En este caso, el valor agregado que queda en el país es el máximo posible pero las inversiones en equipo de producción y son al mismo tiempo mayores en valor.

b). Importar las partes semimanufacturadas y llevar a cabo en el país la elaboración del producto final.

El valor agregado que queda en el país con esta alternativa es inferior al del anterior, pero a la vez las inversiones necesarias son inferiores ahorrándose todos aquellos equipos requeridos para la elaboración de los subproductos.

c). Importar el producto terminado.

En este caso el valor agregado que queda en el país y las inversiones necesarias, son nulas o depreciables ya que corresponden únicamente a operaciones de almacenamiento y/o envase.

El esquema que caracteriza las alternativas señaladas puede apreciarse en la Fig. No. 1.

La participación de cada una de estas alternativas en el consumo total; así como el volumen de ese consumo, varían a lo largo del tiempo y por ello parece razonable estudiar las alternativas frente a un aumento del consumo global debido al crecimiento de la población y a eventuales aumentos en el consumo per cápita.

### **Criterio de Decisión.**

Dado el gran número de alternativas posibles resulta evidente la necesidad de definir algún criterio que permita compararlas en el mismo plano de igualdad para orientar así la decisión.

Se toma aquí como criterio de decisión el de **máxima eficiencia en términos nacionales**. En otras palabras, la solución que se obtenga se caracterizará por garantizar la máxima eficiencia global lo cual no indica, necesariamente, la situación más eficiente para cada uno de los centros de producción o empresas concurrentes consideradas individualmente. Parece claro que estén aquí presentes la filosofía y la metodología propias del ENFOQUE DE SISTEMAS.

En el esquema de trabajo se ha identificado la eficiencia para la comunidad como el beneficio para ésta. El beneficio bruto podría definirse como la satisfacción lograda por los consumidores a través del consumo del producto, beneficio al cual debe descontarse el costo para la comunidad ocasionado al producir este producto, para obtener así el beneficio neto para, teniendo en cuenta el desarrollo sostenido ambientalmente sustentable del país.

Es clara la dificultad de medir el beneficio bruto (satisfacción de los consumidores), especialmente debido a que el precio de muchos productos no resulta del libre juego de la oferta y la demanda. Se ha tratado de obviar este problema planteándolo en términos de la búsqueda del mínimo costo que la comunidad puede soportar para

satisfacer una demanda dada.

Aún cuando para una demanda dada el segundo criterio puede coincidir con el máximo beneficio neto no son estrictamente equivalentes. En efecto, en el segundo caso es indispensable considerar el volumen de la demanda como una variable exógena con lo cual se hace rígido inmediatamente un aspecto del sector productivo.

## **Objetivo del Estudio**

### **El objetivo perseguido es poder definir el sistema de producción eficiente en términos nacionales.**

Este sistema de producción quedará definido por los volúmenes del mercado consumidor que serán abastecidos por cada alternativa de las mencionadas anteriormente, así como las inversiones, los volúmenes de producción, las políticas de abastecimiento de materias primas y de distribución del producto final para cada uno de los centros de producción. El resultado del estudio será, en otras palabras, una cuantificación de diferentes estructuras productivas que evolucionan dentro del período del tiempo que se desee analizar.

Es indudable, por otra parte, que cuando el horizonte del análisis es largo (un período más grande) la probabilidad de que la situación proyectada coincida con la realidad es cada vez menor. En consecuencia el resultado no deberá ser interpretado como una respuesta irrevocable para todo el período bajo análisis sino más bien como una visión hacia el futuro con cierto grado de incertidumbre.

El comentario anterior no invalida, es lógico, un estudio de esta clase. Si bien es cierto que la respuesta relativa a los últimos períodos del análisis estará afectada por errores y por factores imprevistos, no es cierto que las soluciones que se obtengan a corto plazo no estarán sujetas a esos mismos errores. Parecería natural preguntar en éste momento por qué usar para definir políticas a corto plazo un sistema que, en cierta forma, está diseñado para definir las a largo y mediano plazo?.

La respuesta es simple, si un estudio se limitara al análisis de la situación presente se estaría aceptando la hipótesis de que las características de las situaciones futuras (precios sociales, disponibilidades de materia prima, demanda, etc.) irían a ser idénticas a las actuales, al menos durante la vida útil –vida económica del proyecto. Dado que esta hipótesis no es válida, salvo en casos muy especiales, se estaría desconociendo toda posible incidencia de decisiones presentes sobre situaciones futuras.

Un procesamiento periódico del modelo permitirá adjuntar las primeras soluciones a las situaciones reales que se vayan presentando y obtener así en forma interactiva, una adecuación del sector productivo a los intereses del país.

## **Metodología General**

El funcionamiento anual de una estructura productiva de un **SECTOR PRODUCTIVO**, puede representarse muy bien con la ayuda de un **MODELO DE PROGRAMACION LINEAL** del tipo **TRANSPORTE CON TRANSBORDO**. Se ha utilizado un modelo de esta clase para evaluar el funcionamiento de diversas estructuras de producción a lo largo de la escala de tiempo y seleccionar la óptima de todas ellas. El método permite encontrar no sólo la mejor alternativa sino también hacer una comparación cuantitativa de todas aquellas que se desee tener en cuenta lo cual representa, es claro, una enorme ventaja sobre los modelos de programación lineal clásica.

En la evaluación o cuantificación de las alternativas, tal como se señaló al definir el criterio decisión, se considera el costo nacional, o social, incurrido al abastecer el país con una cierta estructura productiva.

Como el análisis se hace a lo largo de un período de tiempo es indispensable disponer de un método, o herramienta, que permita hacer comparaciones entre cantidades (costos) que ocurren en momentos diferentes en la escala de tiempo. Para ello se utiliza el concepto de **VALOR PRESENTE**, o de **ACTUALIZACION**, de modo que el indicador empleado para evaluar cada alternativa es el **VALOR PRESENTE DEL COSTO SOCIAL - COSTO SOCIAL ACTUALIZADO** - para el período bajo estudio.

La única objeción teórica que podría hacerse al método empleado es que solo se obtendría la solución óptima absoluta cuando ella esté incluida dentro de las alternativas estudiadas. En efecto, si el modelo se limita a evaluar las alternativas propuestas es evidente que la mejor solución será la mejor del grupo propuesto y nunca podrá ser la óptima absoluta si ésta no forma parte de ese grupo; sin embargo, y aún cuando la objeción es válida en términos teóricos, en la práctica carecería de valor si quienes proponen las alternativas tienen un conocimiento profundo del sector productivo.

### **Algunos Comentarios Adicionales**

El modelo es perfectamente general y puede usarse en ámbitos más pequeños. Es decir, que no es exclusivo del ámbito nacional; lo que aquí se ha venido llamando el país podría perfectamente bien ser o un departamento o una ciudad o el área geográfica dentro de la cual se distribuya el producto final.

Como se aprecia en la Fig. No. 1, las materias primas pueden ser varias y a partir de las cuales, eso sí, puedan producirse las mismas partes semi-manufacturadas y el mismo producto final.

No es tampoco indispensable que se trate de partes semi-manufacturadas solamente. Puede tratarse de un proceso químico en el cual se tuvieran unas materias primas de las cuales se extrajera un primer producto bruto que sería sometido luego a un proceso de purificación, por ejemplo, para obtener el producto final. Lo que sí sería indispensable es que el primer producto bruto –resultado del primer proceso- pueda adquirirse también en el comercio para alimentar el segundo paso.

Los pasos intermedios del proceso producción –de materia prima a producto final- no

tienen necesariamente que ser dos como aparece en la Fig. No. 1. Pueden ser muchos y no es indispensable que cada uno de ellos pueda ser alimentado con productos semi-manufacturados adquiridos en el comercio; unos pueden serlo y otros no. Pero, en un todo de acuerdo con el comentario del párrafo anterior, las características físicas y químicas del producto comprado en el comercio deben ser idénticas a aquellas con las cuales sale el producto del análisis. Lo anterior es perfectamente claro pero es también solucionable agregando una etapa más al proceso y/o, según el caso, alejando en la línea de producción el punto de entrada de los elementos comprados.

## I. FORMULACION GENERAL DEL MODELO

Dentro de cada **SECTOR PRODUCTIVO** pueden distinguirse asu vez tres componentes, llamados de aquí en adelante también sectores, y que es necesario distinguir para que el resto de la presentación quede claro:

- a) **EI SECTOR MATERIA PRIMA** o conjunto de actividades necesarias para la producción o importación de la materia prima principal. El producto final importado puede considerarse también como materia prima cuando requiera almacenamiento y envase en el país.
- b). **EI SECTOR INDUSTRIAL** compuesto por las plantas industriales que procesan la materia prima.
- c). **EI SECTOR CONSUMIDOR** en el cual se agrupan todas las actividades de almacenamiento de mayoristas y distribución a los sitios de venta al por menor

Para simplificar el análisis no se tienen en cuenta insumos diferentes de los principales ni se analiza la situación de los subproductos industriales.

### 1.1. Restricciones del Sistema

Si se analizan los flujos y los procesos internos propios de cada uno de los Sectores mencionados en los párrafos anteriores –ver la Fig. No. 2- para mayor claridad resulta claro que el conocimiento de los costos asociados con cada sector, y aquellos correspondientes a los flujos entre todos y cada uno de ellos, permitirá calcular el costo total del sistema para una demanda dada (definida en volumen y localización) y una estructura de producción también dada.

Sin embargo, el cálculo anterior exige una definición precisa y exhaustiva de las variables que intervienen en el sistema. La rigidez anterior no está siempre de acuerdo con la situación real ya que sólo algunas de las condiciones presentes son inherentes al **SECTOR PRODUCTIVO**: capacidad de las unidades industriales, producción de materia prima nacional y posibilidades de importación. Aún en aquellos casos en los cuales sean propios del **SECTOR PRODUCTIVO** tienen el carácter de un límite superior y no el de un valor que debe satisfacerse en su totalidad. En el caso de los flujos existe una libertad mayor ya que nada impide modificar las políticas de abastecimiento o distribución de las unidades industriales salvo en ciertos casos en los cuales la única posibilidad de abastecimiento sea el puerto de importación más cercano. Las consideraciones anteriores sugieren modificar la formulación del problema.

Si se define como **ESTRUCTURA DE PRODUCCION** al conjunto de restricciones reales relativas a las unidades industriales (es decir, un conjunto de capacidades máximas de producción geográficamente), una disponibilidad dada de materia prima definida en volumen y ubicación geográfica permitirá abastecer una cierta demanda (definida en igual forma) de diversas soluciones se diferenciarán las unas de las otras en el aprovechamiento que hagan de las materias primas disponibles y/o de las capacidades industriales instaladas o por la forma de abastecer las unidades de producción y/o demanda.

## **1.2. Los Optimos Condicionales**

El modelo busca, en su primera etapa, la solución óptima dadas una estructura de producción, una demanda por el producto y una disponibilidad u oferta de materias primas.

Si se admite que tanto las disponibilidades de materias primas como la demanda por el producto final son fijas y conocidas para un año específico (hipótesis que se discute más adelante), podrá obtenerse el sistema de flujos óptimos (de mínimo costo social) para diversas estructuras de producción. Se obtendrá, por lo tanto, para cada uno de los períodos totales bajo estudio una serie de óptimos condicionales, debido a que esas soluciones serán óptimas solamente y únicamente cuando exista la estructura de producción indicada en cada uno de los casos. La determinación de esos óptimos condicionales se hace posible mediante el empleo de un modelo de **PROGRAMACION DEL TIPO TRANSPORTE CON TRANSBORDO**.

Como en todo modelo, el utilizado aquí representa una aproximación de la situación real. Se detallan a continuación las simplificaciones que se han hecho en el caso materia de este trabajo.

### **1.2.1. Sector Materia Prima**

Cuando se trata de materias primas importadas no se hace necesario hacer ninguna simplificación ni en los costos ni en los puntos de entrada al país.

Cuando se consideran materias primas producidas en el país deben hacerse algunas simplificaciones. Supóngase, por ejemplo, que se trata de materias primas agrícolas. La enorme cantidad de predios agrícolas que pueden abastecer los centros de producción, para cada materia prima, impide identificar cada uno de ellos dentro del sector por lo cual se hace necesario agruparlos de alguna manera y tener en cuenta el grupo. Esta agrupación se refleja, es claro, en una pérdida de precisión con relación a la situación real pero, por otra parte, produce cálculos más confiables en relación al potencial de producción y sus costos al permitir compensar comportamientos individuales muy variables. Así por ejemplo, es posible considerar un costo unitario de compra constante lo cual no sería válido a nivel individual; en efecto, un mayor o menor volumen de producción individuales (lo cual modificaría el costo) sino el número de agricultores que intervienen en el proceso.

Parece lógico en estos casos, usar el centro de gravedad de producción de cada grupo de manera que el único riesgo que se corre es el de perder las economías de escala del transporte en relación con la distancia lo cual, por lo demás, no parece tener

mucha importancia dado el tamaño de las variaciones que se pueden presentar entre las distancias de cada individuo a la planta industrial y la distancia media cuando se considera el centro de gravedad.

Se calculan las disponibilidades máximas de materia prima suponiendo que existe una planta industrial que utilice esa producción. Si la solución óptima no incluye dicha planta, la disponibilidad no será real y el estimativo será incorrecto pero, por esa misma razón, no será utilizada y el error no tendrá efecto ninguno.

De existir restricciones de alguna naturaleza en relación con la materia prima importada pueden ser tenidas en cuenta sin dificultades.

Es necesario suponer, para cada trayecto, un costo de transporte por unidad de materia prima constante. Esta hipótesis no parece muy restrictiva cuando los volúmenes transportados sean de consideración aunque, en caso contrario, sí puede llegar a serlo.

### **1.2.2. Sector Industrial**

Dadas las características de los procesos industriales, la función de producción –por ejemplo, materia prima y costos de distribución del producto puede considerarse lineal, al menos dentro de los rangos de variación que se encuentren en la realidad.

Debe distinguirse un costo fijo anual y un costo variable constante por unidad de producción.

Para estudiar, y tener en cuenta, la capacidad de producción son las plantas existentes las que deben analizarse con detenimiento. El modelo exige establecer una capacidad máxima de producción, capacidad que el mismo modelo evaluará en cuanto a su aprovechamiento total o parcial. Cabe anotar que en la determinación de la capacidad anual de producción intervienen otros factores adicionales, además de la capacidad instalada, tales como el tamaño del período en el cual pueda disponerse de materia prima, el cual es función, a su vez, por ejemplo, de las características climatológicas y agrícolas de la región.

Se ha supuesto para el transporte del producto terminado desde el sector industrial hasta el sector consumidor, un costo constante por unidad transportada. La hipótesis parece aceptable por las mismas razones expuestas respecto del transporte de materia prima

### **1.2.3. Sector Consumidor**

Se presenta aquí nuevamente el problema de la multiplicidad de agentes involucrados en el consumo lo cual hace también indispensable su agrupación.

Al formularse los objetivos de este trabajo quedó claro que uno de sus propósitos fundamentales era la definición de una política de inversiones y de modificaciones de lo que se llamó una estructura de producción. En consecuencia, se suponen localizaciones de bodegas mayoristas de distribución como una variable exógena y, aún más, que sus capacidades se adaptan a la demanda de los centros de consumo que cada una de ellas abastece. De acuerdo con lo anterior, la demanda se concentra en las bodegas mayoristas que la abastece. Al hacer lo descrito se aceptan implícitamente las siguientes hipótesis:

a). La localización geográfica de las bodegas mayoristas de distribución no se modificará en el futuro y éstas cambiarán sus capacidades de acuerdo con los niveles de demanda en la zona de influencia de cada una de ellas;

b). El óptimo del sistema –por ejemplo, distribución de los mayoristas al consumidor es el mismo que se obtendría al incluir dentro del sistema esta última etapa.

Aún cuando la primera hipótesis parece discutible a la primera vista, dos aspectos sugieren aceptarla:

a). Existe una cierta racionalidad en la localización de las bodegas de un sistema existente, de modo que si esas localizaciones no son óptimas para la demanda presente tampoco podrán mejorarse substancialmente.

b). Salvo muy raras excepciones en productos especiales, no cabe esperar normalmente expansiones violentas de la demanda en lugares en los cuales no exista una bodega de distribución.

Si la primera hipótesis se acepta la segunda también debe serlo. En efecto, si la primera se acepta queda automáticamente definida una demanda de los mayoristas y en consecuencia, el abastecimiento óptimo de la demanda final será la suma del abastecimiento óptimo a nivel de mayoristas y la distribución óptima que estos hagan a los consumidores. En este razonamiento el que ha llevado a considerar que el conjunto de variables y restricciones que representan la etapa de comercialización del producto final es, en términos de Investigación de Operaciones, un subconjunto separable del problema total.

En la demanda del producto final lo mismo que en la oferta de materia prima se usan volúmenes anuales. Esta simplificación, neutra desde el punto de vista de la evaluación de las inversiones en el sector productivo, hace que carezca de sentido incluir en el análisis el problema de la comercialización en el cual sí tienen marcada influencia variaciones estacionales. Por ello este trabajo no tiene en cuenta este aspecto del problema.

#### **1.2.4. Observaciones Generales**

Todos los costos mencionados son costos sociales. Su definición y cálculo debe aparecer asociado con cada uno de los factores que aparecen en el proceso.

Las variables físicas flujos, disponibilidades, capacidades, demandas, etc. que intervienen en el sistema (y en consecuencia, los costos unitarios asociados con ellas) deben expresarse por comodidad en una unidad homogénea antes de introducirse en el modelo matemático de optimización. Por ejemplo: unidad equivalente de producto terminado, tonelada de azúcar refinada equivalente y similares.

## **II. El Método de Cálculo**

**2.1** Se utiliza los siguientes subíndices simbólicas :



**h** : asociado con disponibilidad de materia prima sobrantes.

**i** : asociado con un origen de materia prima (básica o partes).

**j** : asociado con un centro de producción industrial (planta).

**k** : asociado con un centro de demanda (consumo).

**r** : asociado con un centro importador de producto terminado (origen).

**a<sub>i</sub> , a<sub>r</sub>** : disponibilidad anual de materia prima en el origen **i** (producto el origen **r** ).

**b<sub>j</sub>** : capacidad de producción anual de la planta **j**.

**d<sub>k</sub>** : demanda anual en el centro de consumo **k**.

En general, **x** designa un flujo (volúmenes anuales) entre dos centros, y **c** el costo unitario de ese flujo.

**X<sub>ij</sub>** : Flujo de materia prima del origen **i** a la planta **j**.

**C<sub>ij</sub>** : Costo unitario de **X<sub>ij</sub>** puesto en **j** Incluye el costo de producción o importación, más transporte.

**X<sub>jk</sub>** : Flujo del producto terminado desde la Planta **j** al centro de consumo **k**.

**C<sub>jk</sub>** : Costo unitario de **X<sub>jk</sub>** puesto en **k**. Incluye el costo variable de elaboración industrial (materia prima) más transporte.

**X<sub>rk</sub>** : Flujo del producto terminado, desde el centro de importación **r** al centro de consumo **k**.

**C<sub>rk</sub>** : Costo unitario de **X<sub>rk</sub>** puesto en **k**. Incluye el costo de importación y transporte.

**X<sub>rh</sub> , X<sub>ih</sub>** : Excedentes de las disponibilidades de materias primas en los orígenes **r** y **i**. Son flujos ficticios ya que en la realidad no se producen.

**C<sub>rh</sub> , C<sub>ih</sub>**: Costo asociado con los excedentes **X<sub>rh</sub>** y **X<sub>ih</sub>**. Como en la realidad no se producirán (serían inútil producir o importar estas materias primas), estos costos son nulos.

**X<sub>jj</sub>**: Flujo de una planta **j** así misma y debe interpretarse como la capacidad ociosa de esa planta.

**C<sub>jj</sub>** : Costo de la unidad de capacidad ociosa (**X<sub>jj</sub>**) Por la forma de la función de producción adoptada (costo fijo más costo variable unitario constante), este costo es nulo.

## 2.2.Planteamiento:

Con la notación indicada el problema puede plantearse matemáticamente en los

siguientes términos:

a) Para cada origen de materia prima (  $r$  ó  $i$  ), la suma de los flujos que desde allí son enviados, más los excedentes de las disponibilidades, debe ser igual a la disponibilidad total:

$$\sum_k X_{rk} + X_{rh} = a_r \quad \forall r \quad (1)$$

$$\sum_j X_{ij} + X_{ih} = a_i \quad \forall i \quad (2)$$

b). Para cada centro de consumo, la suma de flujos provenientes de las plantas más la importación de productos terminados debe igualar la demanda.

$$\sum_j X_{jk} + \sum_r X_{rk} = d_k \quad \forall k \quad (3)$$

c). Una planta no puede recibir ni entregar un volumen mayor que su capacidad de producción. Recordando que  $X_{jj}$  es la capacidad ociosa de la planta, desde el punto de vista del abastecimiento se tiene:

$$\sum_k X_{kj} + X_{jj} = b_j \quad \forall j \quad (4)$$

Y desde el punto de vista de la producción se tiene:

$$\sum_k X_{jk} + X_{jj} = b_j \quad \forall j \quad (5)$$

Cabe hacer notar que de las dos últimas relaciones se desprende que el total de la materia prima recibida en una planta  $j$  ( $\sum_k X_{kj}$ ) es forzosamente igual al total de producción distribuida a los diversos centros de consumo ( $\sum_k X_{jk}$ ), por lo cual no vale la pena incluir esta última condición.

Con las consideraciones anteriores, es posible obtener una solución, teniendo en cuenta la linealidad de las ecuaciones y los costos variables unitarios constantes que permiten el uso de la **Programación Lineal** y más específicamente, de un modelo de **Transporte con Transbordo** que no se presenta en el presente trabajo por restricciones en el tamaño en este medio de publicación.

\* Magister Scientiarum (MSC) en Ingeniería Industrial y de Sistemas Cali - Colombia  
Magister In Business Administrativas (MBA) con énfasis en Finanzas Cali - Colombia  
Licenciado en Matemáticas Aplicadas  
Doctor en Educación (UNMSM)  
Docente Principal de la Facultad de Ciencias Administrativas UNMSM.  
Miembro del Instituto de Investigaciones de la Facultad de Ciencias Administrativas UNMSM.  
E-mail: [d180005@unmsm.edu.pe](mailto:d180005@unmsm.edu.pe)