

# Los fractales

*Uriel Octavio Moreles Vázquez.\**

Talanquer, Vicente. *Fractus, Fracta, Fractal: Fractales, de laberintos y espejos*. México: FCE, 2002. (La Ciencia para Todos; 147).

## INTRODUCCIÓN.

Desde que se formó nuestro planeta han existido, en la naturaleza, una gran diversidad de formas complejas y caóticas: el ramaje de un arbusto, la superficie rugosa de una roca, el contorno de una nube o el perfil de una montaña, que no podían ser descritas desde el punto de vista de la geometría Euclidiana pues la amplificación de una parte de estos cuerpos proporcionaba otra estructura compleja que, aparentemente, no guardaba ningún orden. A este tipo de formas se les consideró, durante mucho tiempo, como “monstruosidades geométricas” que no se disponían a ser estudiadas de forma sistemática.

Sin embargo, así como podemos concebir, de manera intuitiva, cierto orden y armonía en el Universo: el movimiento de los planetas, la repetición de las estaciones del año, el equilibrio existente entre diferentes especies en su hábitat, etc., podríamos pensar que, estos cuerpos amorfos y caóticos, guardarán, intrínsecamente, algún orden que los describiera. Así fue como algunos científicos se dieron cuenta, observando estas estructuras con mayor detenimiento, que la amplificación de alguna parte de estas formas era similar a la forma original (un ejemplo muy sencillo es la rama de un helecho).

A este tipo de formas geométricas, que contienen una imagen de sí mismas en cada una de sus partes y en las partes de sus partes, se les llama, ahora, “fractales” y hace aproximadamente 15 años que proporcionan al mundo científico nuevas reglas para describir la naturaleza. Las herramientas de la geometría fractal son, hoy día, elementos insustituibles en el trabajo de muchos físicos, químicos, biólogos, fisiólogos, economistas y de más pues les han permitido tratar problemas complejos de forma muy simplificada. Las formas fractales subyacen en fenómenos y estructuras tan variadas como la distribución de las estrellas en el Universo, la ramificación alveolar de los pulmones, la frontera difusa de una nube, las fluctuaciones de precios en el mercado y hasta la frecuencia en la repetición de palabras en el libro.

Como entidades geométricas, los fractales tienen características peculiares que describen curvas de longitud infinita que no se extienden en todo el espacio y dimensión fraccional. Éstas y otras propiedades son explicadas por Vicente Talanquer, en este libro usando las aportaciones de algunos investigadores y ejemplos desarrollados por él mismo.

---

\* Escuela Preparatoria de Silao.  
Universidad de Guanajuato.

## Fractus, Fracta, Fractal: Fractales, de laberintos y espejos.

Aunque muchas formas naturales se repiten en cada una de sus partes y en las partes de sus partes (un helecho), hay un límite en el cual se pierde la estructura original (no es posible amplificar indefinidamente un helecho y esperar que siga repitiéndose la misma estructura). Sin embargo, esto no nos impide especular sobre formas geométricas que se repiten de manera indefinida. Estructuras como ésta se conocen desde hace mucho tiempo en el campo de las matemáticas. Uno de los ejemplos más representativos es la curva construida por la matemática sueca Helge von Koch en 1904 conocida como “la curva de Koch”. Esta consiste en tomar, inicialmente, un triángulo equilátero y añadir, en el centro de cada uno de sus lados, un nuevo triángulo equilátero tres veces más pequeño que el anterior y repetir indefinidamente el proceso. Lo que se obtiene es un tipo de estrella con muchos “piquitos” en sus picos y, sobre estos “piquitos”, otros más pequeños y así hasta el infinito.

A estructuras como ésta se les denomina auto similares: cada una de sus partes es igual al total. Si se tratara de medir la longitud de la curva de Koch, se llegaría a la conclusión de que es infinita. Si se decidiera cortar la curva, de alguna forma, y estirla con el fin de obtener una línea recta de ella, esta recta sería infinita: siempre habrá un pico que desdoblar y, dentro de éste, otro y luego otro....

El resultado es un objeto que, a pesar de estar definido sobre una región finita del espacio, posee una frontera de extensión ilimitada. Las propiedades particulares de los fractales, como la curva de Koch, hacen que sea difícil establecer un mecanismo sistemático para compararlos y clasificarlos. El primer intento para lograrlo se basa en las ideas del matemático alemán Félix Hausdorff, quien en 1919, introdujo el concepto de *dimensión* que hoy permite caracterizarlos. La *dimensión de Hausdorff* es una ecuación que permite cuantificar la dimensión de cualquier forma geométrica y mediante la cual se calcula la dimensión de varios fractales: como *la curva de Koch, el triángulo de Sierpinski y el polvo de Cantor* (todos ellos explicados en el libro), demostrándose así que los fractales tienen dimensión fraccional, es decir, dimensiones que están entre las que conocemos comúnmente (como la primera (una línea), la segunda (un cuadrado) y la tercera (un cubo)).

En 1975 el matemático Benoit Mandelbrot denominó fractales (del latín *fractus*, irregular) al conjunto de formas que, generadas normalmente por un proceso de repetición, se caracterizan por poseer detalle a toda escala; por tener longitud infinita; por no ser *diferenciables* (no se puede trazar una tangente con inclinación única a una curva fractal) y por exhibir *dimensión fraccional*. Adicionalmente construyó, con ellas, un conjunto de nuevas reglas para explorar la geometría de la naturaleza y las reconoció como herramientas potencialmente útiles para analizar un gran número de fenómenos físicos.

Los fractales que existen en la naturaleza tienden a ser irregulares y son autosimilares sólo en sentido estadístico. Esto es, si tomamos un conjunto suficientemente grande de objetos de la misma clase y amplificamos una porción de alguno de ellos, es posible que no sea idéntico al original pero, seguramente, sí será similar a algún otro miembro de la colección. Su dimensión es fraccional, pero se obtiene realizando promedios sobre sus valores en muchas regiones y para muchos cuerpos del mismo tipo. Cuando se amplifica una de las partes de un fractal natural, la propiedad de generar la misma figura (o alguna similar) tiene *límites inferiores* o *superiores*. Los fractales son, en este sentido, sólo una buena aproximación de la estructura de las formas naturales. Para construir un fractal pueden seguirse procedimientos matemáticos, geométricos, físicos y químicos.

Cuando Benoit Mandelbrot publicó, en 1975, su primer ensayo sobre fractales no se atrevió, realmente, a dar una definición matemática formal que caracterizara a estos objetos, Mandelbrot

buscaba otorgarles una categoría intermedia entre los cuerpos euclidianos regulares y lisos que no son comunes y las figuras que hoy día se denominan geoméricamente caóticas y cuya apariencia es rugosa, pero sin exhibir ningún patrón geométrico regular.

Hacia 1977, el matemático se vio forzado a dar una definición formal que permitiera distinguir, con más claridad, una entidad fractal. Para hacerlo recurrió al concepto de *dimensión de Hausdorff* y definió, en general, a todos los fractales como el conjunto de formas con dimensión fraccional. Después de esto inició el trabajo, que con hechos y con el lenguaje de las imágenes, le mostraría al mundo el verdadero significado del término fractal. Sus resultados abrieron la puerta de un mundo impresionante donde las matemáticas se confunden con el arte y la ciencia ha encontrado nuevas respuestas.

El trabajo de Mandelbrot consistió en formar objetos geoméricos complicados basándose en un procedimiento bastante sencillo. Este consiste en tomar un número sobre el que se hace una operación, repetir lo mismo con el resultado y continuar haciéndolo indefinidamente con los siguientes resultados obtenidos (formalmente se dice que se hace una *iteración*). El tipo de números que utilizó fueron los *complejos* y su *iteración* fue elevar un número complejo al cuadrado y sumarle una constante. Después graficó, con ayuda de computadoras, los puntos obtenidos en un *plano complejo* obteniendo así fractales realmente bellos. En los fractales reside la esencia del vastísimo lenguaje de una nueva geometría que permite describir objetos y formaciones a través de expresiones extraordinariamente compactas.

Otra manera de producir fractales es mediante las *transformaciones generales de afinidad en el plano*. Éstas no son más que reglas para escalar, rotar, desplazar y, en ocasiones, distorsionar un objeto geoméricamente. Lo que se puede hacer con ellas es impresionante: la hoja de un helecho fractal, la planta completa, el bosque donde colocarla, o mejor, todo el planeta. Todo esto es sólo una muestra de la enorme potencialidad práctica de la geometría de los fractales. En la actualidad su uso ha permitido reducir significativamente la cantidad de datos necesarios para transmitir, almacenar o simular casi cualquier imagen. La transmisión de fotografías, e incluso de películas por medio de vía telefónica, son ejemplos de los muchos proyectos que están en desarrollo. El autor proporciona y explica varios ejemplos de este mecanismo para hacer fractales.

Existe otro mecanismo para generar estructuras fractales en un laboratorio de física o química. El análisis de la formación de estos fractales permite obtener pistas sobre los mecanismos que se han encargado de inundar la naturaleza con formas fractales. Algunos de los ejemplos más ilustrativos los encontramos al realizar experimentos en electroquímica o sobre flujo de fluidos. Vicente Talanquer expone uno de sus experimentos en el cual explica cómo se forma un agregado fractal por electrodeposición electroquímica, obteniendo fractales naturales. Un agregado fractal es una estructura que se forma partiendo de un cúmulo de partículas al cual se le van "agregando" otras partículas de manera aleatoria y que, una vez en contacto con el cúmulo, se adhieren a él y sobre estas partículas exteriores se adhieren otras hasta obtener un objeto muy ramificado.

Los fractales son el prototipo de lo que uno estaría dispuesto a llamar un objeto complejo. No en el sentido de difícil o complicado, pues normalmente se generan a través de procedimientos sencillos, sino por el hecho de presentar detalle a toda escala. El Universo está plagado de objetos complejos, y él mismo, como los fractales, presenta estructuras organizadas a diversas escalas: cúmulos de galaxias, galaxias, estrellas, planetas, y en nuestro planeta, nubes, montañas, organismos vivos. Uno siempre se pregunta cómo surgió el universo pero, con menos frecuencia, se cuestiona cómo llegó a convertirse en lo que hoy conocemos. Si al principio de los tiempos, el Universo naciente carecía de forma y

contenido: ¿Qué lo llevó a organizarse?, ¿Cómo lo hizo? En los últimos años éstos cuestionamientos han comenzado a aclararse gracias al estudio de sistemas que, en condiciones adecuadas, tienen capacidad de auto organizarse. Estos sistemas comparten características comunes entre las que destacan: su habilidad para generar estructuras macroscópicas complejas y organizadas, su extrema susceptibilidad a las perturbaciones externas y su increíble capacidad para autorregularse y funcionar como una entidad única que responde creativamente y se adapta a las condiciones del medio. El autor explica, de nueva cuenta, varios ejemplos que ilustran el proceso de “auto organizarse”.

Cuando se habla de fractales pensamos, de inmediato, en formas geométricas u objetos que ocupan el espacio siguiendo patrones muy particulares. Tan es así que sus propiedades básicas: longitud infinita, dimensión fraccional o detalle y toda escala, hacen referencia a conceptos espaciales que, de alguna forma u otra, somos capaces de visualizar. Sin embargo, imaginar algo como un *tiempo fractal* parece estar en los límites de la locura, imaginar un fenómeno en el que los eventos que lo caracterizan no ocurrieran en intervalos igualmente espaciados de tiempo, sino por paquetes, y dentro de cada uno de ellos, más paquetes, y así hasta que la escala del tiempo se nos acabe.

#### PUNTO DE VISTA.

Mi opinión personal sobre el libro es que está muy bien elaborado. El autor trata de explicar, con un lenguaje “sencillo”, éste difícil tema incluyendo mucho ejemplos, ilustraciones, experimentos y hasta prácticas en computadora para el lector y este hace más fácil y dinámica la comprensión de los fractales ya que contienen ideas prácticamente nuevas y asombrosas que ya empiezan a utilizarse por muchas ciencias.

Pienso que el texto cumple con uno de los objetivos principales de la colección de libros “La Ciencia para todos”: proporcionar y difundir artículos científicos al mayor número de personas. Vicente Talanquer hace un esfuerzo para simplificar este tema a un lenguaje sencillo y comprensible para nosotros los jóvenes estudiantes que empezamos a interesarnos por la Ciencia.

Mi opinión personal sobre su contenido, es decir sobre los fractales, es que sin duda resulta un tema novedoso que abre las puertas hacia una nueva manera de percibir las formas que nos rodean a las que, tal vez, no prestábamos mucha atención. Me pude dar cuenta al inicio del libro que los fractales se empezaron a comprender, explicar y definir por matemáticos, cosa que no me sorprende por que tengo una idea del grado de aplicación de esta ciencia a, prácticamente, todos los entes y su estrecha relación con otras ciencias. Aunque los fractales empiezan a definirse en términos matemáticos pueden generarse por procesos físicos y químicos.

Sin lugar a dudas comienzan a proporcionar nuevas herramientas a la ciencia pero también surgen nuevas cuestiones. Después de haber leído el libro quedé muy asombrado y anonadado por la variedad de objetos y fenómenos donde podemos encontrar un comportamiento fractal y ¡qué decir del tiempo fractal! Hasta reconocí, en uno de los ejemplos ilustrados, una de las “manchas” que los psicólogos utilizan para tratar a sus pacientes preguntándoles; “ahora dígame, ¿qué es lo que ve aquí?”

Debo confesar que tuve cierta dificultad en tratar de exponer el contenido con solamente palabras. Espero que el presente trabajo sea del agrado de aquellos que me concedan el honor de leerlo. En este concurso me doy por satisfecho por lo obtenido hasta ahora porque enriquece mi formación académica y puede convertirse en fuente de motivación.