Variación de la intensidad del torbellino con el número de Reynolds

T. Fernández R.¹ M. Toledo V.² J. F. Vázquez F.¹

¹Sección de Estudios de Posgrado e investigación, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Ticomán, Instituto Politécnico Nacional.
Av. Ticomán núm. 600, Col. San José Ticomán, CP 07738, México DF. MÉXICO.
²Laboratorio de Ingeniería Térmica e Hidráulica Aplicada, Sección de Estudios de Posgrado e investigación, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Ticomán, Instituto Politécnico Nacional.
Edificio 5, 3er piso, Unidad Profesional 'Adolfo López Mateos', Col. Lindavista, CP 07738, México DF. MÉXICO.

> Tel. (55) 5729 6000 ext. 46133 Correo electrónico (email): tfroque@yahoo.com.mx

Recibido el 2 de febrero de 2010; aceptado el 26 de junio de 2010.

1. Resumen

Se analiza experimentalmente la variación de la intensidad del torbellino de un flujo de aire incompresible que se conduce a través de un tubo de sección transversal circular. El flujo en torbellino es generado por un ventilador axial de velocidad variable y el tubo tiene una relación longitud/diámetro (x/d) de 7. Se encuentra que la intensidad del torbellino disminuye con el incremento del número de Reynolds y que la correlación más adecuada entre las variables es del tipo lineal. Así mismo comparando la correlación propuesta con una correlación que establece la disminución de la intensidad del torbellino con la distancia axial adimensional, se establece que existe una analogía entre el incremento de la distancia axial con el incremento del número de Reynolds.

Palabras clave: flujo en torbellino, intensidad del torbellino, número de Reynolds.

2. Abstract (Variation of the Swirl Intensity with the Reynolds Number)

An experimental investigation is performed to analyze the variation of the swirl intensity of an incompressible air flow that is conducted through pipe of circular cross-section. Swirling flow is generated by an axial fan of variable speed and the pipe has a ratio length/diameter of 7. The results obtained show that the swirl intensity decays with the increase of the Reynolds number and that the suitable correlation between variables is of the linear type. Also comparing the proposed correlation with a correlation that establishes the decays of the swirl intensity with the dimensionless axial distance, it is determined that an analogy between the increase of the axial distance with the increase of the Reynolds number exists.

Key words: swirling flow, swirl intensity, Reynolds' number.

3. Introducción

La utilización de un flujo en torbellino tiene diversas motivaciones tecnológicas. Se emplea en las turbinas de gas, en hornos, quemadores y ciclones (separadores de fases). Se ha reportado que el flujo en torbellino puede ser usado para reducir la intensidad del ruido del chorro que emerge del escape del motor de un avión. El flujo en torbellino se utiliza principalmente en tuberías para mejorar la transferencia de calor por convección entre el fluido y las paredes del tubo o para incrementar el mezclado en las cámaras de combustión. Algunos estudios han demostrado que la introducción de un torbellino en el banco de tubos del cabezal de una máquina productora de papel, mejora el mezclado y por tanto incrementa la dispersión y la isotropía en la orientación de la fibra en el producto final [1]. Los flujos en torbellino también son empleados para probar la eficiencia de modelos de turbulencia y códigos de dinámica de fluidos computacional (CFD) ya que reproducir las características de dicho flujo representa un gran reto. La principal desventaja del flujo en torbellino en tuberías, por ejemplo en intercambiadores de calor y dispositivos similares, es la caída de presión que acompaña al incremento en transferencia de calor [2]. Por lo tanto, su empleo exige un análisis en términos del consumo de energía y del beneficio obtenido.

El flujo en torbellino en el interior de un tubo de sección transversal circular se define como un flujo turbulento complejo en el que las componentes de velocidad más importantes son la axial y la tangencial ya que la componente radial generalmente se considera despreciable, tal y como se muestra en la figura 1. Kitoh [3] establece que dicho flujo en torbellino tiene una estructura de tres regiones, las cuales son: la pared, anular y núcleo. En la región de la pared, el gradiente de velocidad es bastante pronunciado y la asimetría del flujo es despreciable. Las regiones anular y del núcleo se caracterizan por una distribución de velocidades tipo vórtice libre v vórtice forzado (como sólido rígido), respectivamente. Debido al decaimiento del torbellino a lo largo del eje del tubo, la fuerza centrífuga se debilita y aparecen gradientes de presión adverso y favorables en el centro y en la región exterior, respectivamente. Estos gradientes de presión causan que la velocidad media axial local, U, sea baja en la región del núcleo y alta en la región anular.

El flujo en torbellino incompresible en el interior de un tubo de sección transversal circular se caracteriza por dos números adimensionales: uno denominado intensidad del torbellino, Ω , que representa el flujo de momentum angular adimensional, se determina con la siguiente ecuación [3]:

$$\Omega = \frac{2 \int_{0}^{0} UWr^{2} dr}{r_{0}^{3} U_{m}^{2}}$$
(1)

donde $U, Wy U_m$ son las velocidades medias axial, tangencial y general, respectivamente; $r y r_0$ son la posición radial y el radio del tubo; respectivamente.

El otro número adimensional es el número de Reynolds, R_e , cuya expresión es

$$R_e = \frac{U_m d}{v} \tag{2}$$

en donde d es el diámetro del tubo y v es la viscosidad cinemática del aire.

Bajo ciertas combinaciones de la intensidad del torbellino, Ω , y del número de Reynolds, R_e , se presenta una región de flujo axial inverso en el centro del tubo. Dado que el fenómeno del flujo inverso es un tema que aún se encuentra en investigación, las combinaciones de los números adimensionales a las que sucede dicho flujo inverso, reportado en diversos artículos, es muy variable, por lo que no se presentan datos al respecto.

El flujo en torbellino en tuberías se puede generar empleando diferentes métodos, los más comunes son: colocar alabes guías



Fig. 1. Distribución de velocidades en un flujo en torbellino (tomada de Kitoh [3]).

en la entrada del flujo, como Kitoh [3] y la inyección tangencial de fluido al flujo principal, como Chang y Dhir [4]. En el presente estudio, el flujo en torbellino fue generado con un ventilador axial sin la etapa de estator [5].

Dado que el comportamiento benéfico o perjudicial de un flujo en torbellino a lo largo de una tubería depende de la intensidad del torbellino, para propósitos de ingeniería es importante entender el proceso de variación del mismo a lo largo de la tubería ya que está directamente relacionado con el esfuerzo cortante en la pared y por tanto con las pérdidas de energía por fricción en el tubo [3].

La intensidad del torbellino decae con la distancia axial debido a la fricción del fluido con la pared del tubo. En las referencias [3] y [4] se proporcionan correlaciones del tipo exponencial del decaimiento de la intensidad del torbellino en función de la distancia axial adimensional, x/d, con exponentes que dependen del número de Reynolds, pero no presentan una relación explicita en función de dicho número. En particular Kitoh [3] proporciona, para valores de intensidad de torbellino grandes (mayores a 0.04), la siguiente fórmula del decaimiento de la intensidad del torbellino:

$$\log\left[\Omega + \frac{B_i}{A_i}\right] = 2A_i \frac{x - x_r}{d} + \log\left[\Omega_r + \frac{B_i}{A_i}\right]$$
(3)

donde Ω_r y x_r son la intensidad del torbellino y la posición axial en algún punto de referencia, respectivamente y las constantes A_i y B_i dependen del número de Reynolds y de la intensidad del torbellino.

Por lo anterior, el objetivo principal de este trabajo es proponer una correlación para la variación de la intensidad del torbellino en función del número de Reynolds. Adicionalmente y dado que la correlación aquí propuesta indica que la intensidad del torbellino disminuye con el incremento en el número de Reynolds, otro objetivo es encontrar una analogía entre el incremento de la distancia axial con el incremento del número de Reynolds.

4. Desarrollo

Para lograr los objetivos antes planteados se planeó una investigación experimental consistente en determinar los perfiles de velocidad axial y tangencial en una estación determinada del tubo para diferentes números de Reynolds. A partir de los perfiles de velocidad se calculó la intensidad del torbellino, los cuales fueron graficados en función del número de Reynolds. Del ajuste de los datos empíricos se obtuvo la correlación buscada. El desarrollo detallado se describe a continuación.

4.1 Descripción del equipo experimental

Para el desarrollo de esta investigación se utilizó el aparato que se muestra en la figura 2, el cual consta de un ventilador de seis aspas de 300 mm de diámetro accionado por un motor monofásico de 0.125 H.P. y un reóstato que permite regu-



4.2 Instrumentación empleada

La instrumentación utilizada consiste del sistema de anemometría de hilo caliente a temperatura constante modelo Streamline fabricado por la empresa Dantec [6]. Los sensores de hilo caliente empleados son el 55P13 y el 55P14 los cuales son ideales para medir flujo unidimensional por lo que se co-locaron de tal forma que las componentes de la velocidad no interfirieran entre sí. Para medir la componente axial del flujo



Fig. 2. Equipo experimental utilizado.

se utilizó el sensor 55p14 y el sensor 55p13 para medir la componente tangencial.

4.3 Medición de los perfiles de velocidad

Antes de realizar las mediciones finales, se determinó la estación más adecuada para realizar dichas mediciones. Se comprobó que el cambio en los perfiles de velocidad con el cambio de estación es insignificante (para un tubo relativamente corto como el utilizado) y dada la flexibilidad del soporte de los sensores se determinó que las mediciones se realizaran en una sola estación y lo mas cerca de la descarga, siendo la estación seleccionada la ubicada a 250 mm de la descarga, lo cual corresponde a la posición adimensional x/d = 6.

Con ayuda del anemómetro de hilo caliente se midió los perfiles de velocidad axial y tangencial para la estación establecida, x/d=6, para un rango de rotación del ventilador que va de 700 a 1400 rpm con incrementos de 100 rpm. Los resultados se muestran en las figuras 3 y 4 respectivamente. En estas dos gráficas los valores de velocidad en la pared del tubo, r/ro=1, es cero con base en la condición de no deslizamiento.

4.4 Procesamiento de las mediciones

La información experimental mostrada en las figuras 3 y 4 se procesó utilizando el paquete Matlab [7, 8]. Las funciones del Matlab que se utilizaron son la función *polyfit* con la cual se realizó el ajuste de regresión de los datos experimentales a curvas polinomiales, la función *polyval* con la cual se evaluó la velocidad para valores del radio adimensional no medidos experimentalmente y la función *trapz* con la cual se realizó la integración numérica a partir de las funciones polinomiales obtenidas.

Con la función *trapz* y aplicando las funciones polinomiales para las distribuciones de la velocidad axial y la siguiente ecuación se obtuvo la velocidad axial media general:

$$U_{m} = \frac{2 \int_{0}^{0} U(r) r dr}{r_{0}^{2}}$$
(4)

en donde U(r) es la función que representa a la distribución de velocidad correspondiente.





Utilizando la velocidad axial media general del flujo, U_m , se calculó el número de Reynolds para cada rpm del ventilador empleando la ecuación (2), con *d* igual a 0.184 m y v, la viscosidad cinemática del aire, de 1.8959 x 10⁻⁵ m²/s, valor determinado para una temperatura de 18°C. Los resultados se muestran en la tabla 1.

La intensidad del torbellino se calculó con la ecuación (1) utilizando las funciones polinomiales obtenidas del ajuste de las curvas de la distribución de velocidad axial y de la distribución de velocidad tangencial, para cada rpm del ventilador e integrándolas con ayuda de la función *trapz* del MatLab. Los valores calculados se muestran también en la tabla 1. En la figura 5

I I. VEIOCIUA	intensidad del torbellino.			
Rpm del ventilador	U_m , m/s	$R_e \mathbf{X} 10^4$	Ω	
700	1.7146	1.6640	0.6130	
800	1.9820	1.9236	0.5850	
900	2.1808	2.1165	0.5993	
1000	2.4902	2.4168	0.5909	
1100	2.6991	2.6195	0.5915	
1200	3.0550	2.9649	0.5666	
1300	3.3193	3.2214	0.5752	
1400	3.6138	3.5072	0.5539	



se muestra la variación de la intensidad del torbellino, Ω , en función del número de Reynolds multiplicado por 10^{-4} .

4.5 Correlación propuesta

Con ayuda de la función *polyfit* del Matlab se determinó que el mejor ajuste es el lineal con lo cual la correlación encontrada para la variación de la intensidad del torbellino en función del número de Reynolds es:

$$\Omega = -0.00000257R_{a} + 0.6501 \tag{5}$$

Esta correlación no es válida cuando los números de Reynolds son muy bajos ya que, por ejemplo, para $R_e = 0$, la intensidad del torbellino sería, de acuerdo con la ecuación (5), $\Omega = 0.6501$, lo cual contradice a la ecuación (1) que indica que la intensidad del torbellino se indetermina ya que para $R_e = 0$, $U_m = 0$.

4.6 Analogía entre el número de Reynolds y la distancia axial adimensional

De la ecuación (3) la ecuación explícita para la intensidad del torbellino es:

$$\Omega = \left[\Omega_r + \frac{B_i}{A_i}\right] \exp\left[2A_i \frac{x}{d}\right] - \frac{B_i}{A_i}$$
(6)

Para los valores del número de Reynolds de los flujos experimentados y de la intensidad del torbellino obtenidos en el presente trabajo, las constantes más adecuadas son [3]: $2A_i = -0.0277$ y $B_i = 0.000987$

Los valores de $2A_i$ y de B_i corresponden a una intensidad del torbellino de 0.45 a 0.8 y para un número de Reynolds de 5×10⁴. Con estos valores y considerando que $\Omega_r = 0.6501$ y $x_r = 0$ entonces $(x-x_r)/d = x/d$, por lo que:

$$\Omega = 0.57884 \exp(-0.0277^{x}/_{d}) + 0.071264$$
(7)

En la misma figura 5 se muestra la gráfica de la correlación propuesta por Kitoh [3], ecuación (7).

Como se observa en la figura 5, existe una gran coincidencia entre la correlación de Kitoh y la aquí propuesta cuando se grafica Ω en función de la distancia axial adimensional y el número de Reynolds dividido por 10⁴, respectivamente, aunque la diferencia entre ambas correlaciones se incrementa conforme el número de Reynolds es mayor. En la tabla 2 se muestra el error en porcentaje de la correlación aquí propuesta respecto a la correlación de Kitoh.

Lo anterior deja ver que es posible establecer una analogía entre la disminución de la intensidad del torbellino con el número de Reynolds y la correspondiente disminución con la distancia axial adimensional, principalmente para distancias adimensionales pequeñas (menores a 4), lo cual corresponde a números de Reynolds menores a 4x10⁴. De la comparación se observa también que a la distancia axial adimensional cero le corresponde un número de Reynolds igual a cero.

La ventaja de esta analogía radica en que, cuando se emplea un ventilador axial para generar el flujo en torbellino, es más sencillo variar el número de Reynolds y por lo tanto la intensidad del torbellino. Esto se logra con la simple variación de las rpm del ventilador, además de que las mediciones se realizan en una sola estación.

R _e x10⁻⁴ ó x/d	Ω Kitoh	Ω Propuesta	Error %
0	0.6501	0.6501	-0.0058
1	0.6343	0.6244	1.5571
2	0.6189	0.5987	3.2676
3	0.6039	0.5730	5.1314
4	0.5894	0.5472	7.1542
5	0.5752	0.5215	9.3422
6	0.5615	0.4958	11.7014
7	0.5481	0.4700	14.2382

Tabla 2. Comparación de correlaciones.

5. Conclusiones

Para el flujo en torbellino generado con un ventilador axial se comprueba que la intensidad del torbellino decae de forma lineal con el incremento del número de Reynolds, el cual se incrementa con el incremento de las rpm del ventilador. Esta disminución de la intensidad del torbellino también se presenta con el incremento en la longitud adimensional del tubo por el cual se conduce el flujo en torbellino. La comparación de la correlación aquí propuesta y la reportada por Kitoh [3] establece que existe una analogía entre el incremento del número de Reynolds y el incremento de la longitud axial adimensional, sobre todo para distancias adimensionales menores a cuatro.

6. Referencias

[1] Akay A. Islek, *The Impact of Swirl in Turbulent Pipe Flow*, Master of Science Thesis, Georgia Institute of Technology, 2004.

- [2] Chang F.; Dhir V. K., "Mechanisms of heat transfer enhancement and slow decay of swirl in tubes using tangential injection". *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 16, No. 2, 78-87, 1995.
- [3] Kitoh, O., "Experimental study of turbulent swirling flow in a straight pipe". *Journal of Fluid Mechanics*, volume 225, pp 445-479, 1991.
- [4] Chang F.; Dhir V. K., "Turbulent flow field in tangentially injected swirl flows in tubes". *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 15, No. 5, 346-356, 1994.
- [5] T. Fernández Roque, Análisis del flujo de aire generado por un ventilador axial en el interior de un tubo circular giratorio, Tesis de Maestría, SEPI ESIME Zacatenco, IPN, 2003.
- [6] Dantec Measurement Technology, StreamLine/ StreamWare, Installation & User's guide, Vol. 1, 2 y 3, primera edición, Dinamarca, 2000.
- [7] Etter, Delores M. Solución de problemas de ingeniería con MatLab, 2ª. Ed. Prentice Hall, 1998.
- [8] The Math Works, Inc. MatLab, edición del estudiante. Guía del usuario. Versión 4, 1996.

Latindex

Sistema Regional de Información en Línea

para Revistas Científicas de América Latina,

el Caribe, España y Portugal.

www.latindex.org