

# Costo por el soporte de voltaje de los generadores en sistemas eléctricos con despacho centralizado

**Sergio-Baruch Barragán-Gómez**  
**Jaime Robles-García**

Sección de Estudios de Posgrado e Investigación (SEPI),  
Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME),  
Instituto Politécnico Nacional (IPN).  
Edif. 4Z, 1<sup>er</sup> piso, Unidad Profesional "Adolfo López  
Mateos", Av. Instituto Politécnico Nacional,  
Col. Lindavista, CP 07738,  
México, DF.  
MÉXICO.

Tel. 57296000 ext. 54624, 54626  
Fax 54218.

email: sbarragan@ipn.mx  
jarobles@ipn.mx

Recibido el 25 de mayo de 2005; aceptado el 12 de noviembre de 2005.

## 1. Resumen

En este trabajo se presenta una alternativa para establecer el costo variable por el soporte de voltaje de los generadores, el cual se determina en función de su curva de capacidad y el costo por pérdida de oportunidad. El costo total por el soporte de voltaje se establece por un costo fijo, calculado a partir de un factor de recuperación anual del capital invertido en el generador y el costo variable propuesto. Se evaluó un sistema de prueba de 30 nodos.

**Palabras clave:** costo variable, costo fijo, despacho centralizado.

## 2. Abstract (Voltage Support Cost of Generators in electrical Systems with Centralized Dispatch)

This article presents an alternative to establish a variable cost of voltage support of generators, It is determined as a function

of its capability curve and losses of opportunity. The total cost for the voltage support is established by a fixed cost, calculated by an annual recovery factor of the invested capital in the generator and the proposed variable cost. The simulations were performed on the IEEE 30 bus system.

**Key words:** variable cost, fixed cost, centralized dispatch

## 3. Introducción

Las estructuras de los sistemas eléctricos han cambiado de esquemas integrados de manera vertical a esquemas integrados horizontalmente. Bajo una estructura horizontal el operador del sistema es el responsable de operar de manera económica y segura el sistema. Esta organización junto con la red de transmisión, se encargan del movimiento de potencia activa desde los puntos de generación hasta los centros de consumo; esta actividad involucra un conjunto de servicios auxiliares, el término auxiliar no significa que sean de importancia secundaria [1] ya que han sido reconocidos como parte fundamental para la operación del sistema. Si bien la función principal de los generadores síncronos es la producción de potencia activa, de manera implícita éstos generan potencia reactiva bajo ciertas condiciones de operación, sin embargo la compensación de potencia reactiva en un sistema eléctrico se debe realizar de manera local, ya que el transmitir flujos de potencia reactiva desde los centros de generación provoca un incremento en las pérdidas del sistema de transmisión.

Se han desarrollado trabajos para determinar el costo por el soporte de voltaje a partir de la creación de mercados de potencia reactiva [2,3,4,5] definen que la estructura de pago para este servicio está compuesta por un pago por capacidad y un pago por utilización, el pago por utilización se determina con la medición de la generación de potencia reactiva de cada máquina por medio de una función cuadrática que representa la generación de potencia reactiva de cada generador. También se han establecido estructuras de pago a partir de metodologías basadas en costos, en [6] se propone que el precio de las unidades de generación esté formado por un costo fijo y un costo variable, el costo fijo se determina con base en la recuperación de capital invertido en el generador y la parte

variable la determina con el costo por pérdida de oportunidad. En [7] se define una metodología para asignación del costo del servicio de regulación de voltaje y reservas de potencia reactiva, el costo fijo asignado lo realiza con el uso de sensibilidades lineales y el método de la estampilla postal, el costo variable lo determina con el costo por pérdida de oportunidad y el costo de arranque de unidades que son únicamente sincronizadas para brindar este servicio.

En este artículo se determina un costo por el soporte de voltaje de los generadores, a partir de un despacho de potencia reactiva, además se presenta una alternativa para calcular un costo variable el cual está en términos de las condiciones de operación del generador.

## 4. Desarrollo

### 4.1 Despacho de potencia reactiva

En el presente trabajo se utiliza un despacho de potencia reactiva para establecer un costo por el soporte de voltaje de cada generador participante en el sistema. En la operación de los sistemas eléctricos el despacho de potencia reactiva ha tomado un papel secundario por aspectos técnicos, sin embargo éste tiene trascendencia económica y es muy importante en la seguridad de un sistema eléctrico.

En este trabajo se realiza el despacho de potencia reactiva considerando restricciones de igualdad que representan las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva de cada nodo y restricciones de desigualdad que corresponden a los límites en los perfiles de voltaje de todos los nodos del sistema. Las restricciones de igualdad se incluyen dentro del problema de optimización con el método de los multiplicadores de Lagrange y las restricciones de desigualdad a partir de funciones de penalización cuadráticas.

Considerando un sistema de  $n$ -nodos, así como la topología de la red, las características de operación de las unidades térmicas, la demanda de energía eléctrica del sistema y asumiendo que la potencia activa generada se mantiene constante bajo un punto de operación establecido, excepto la generación del nodo compensador, la función objetivo utilizada en este trabajo que minimiza las pérdidas de la red de transmisión es la siguiente [8,9]:

$$\min f_Q \Leftrightarrow \min \sum_{k \in nl} P_k(V, \delta) = \sum_{k \in ng} P_{gk} - \sum_{k \in nc} P_{Dk} \quad (1)$$

$$f_Q = \sum_{\substack{k \in nl \\ k=(i,j)}} g_k (v_i^2 + v_j^2 - 2v_i v_j \cos \delta_{ij})$$

Donde  $f_Q$  son las pérdidas de potencia activa en el sistema de transmisión,  $P_s(V, \delta)$  generación de potencia activa del nodo compensador,  $ng$  conjunto de nodos de generación,  $nl$  conjunto de líneas de transmisión y  $nc$  conjunto de nodos de carga.

El conjunto de restricciones de igualdad a las que está sujeto el problema del despacho de la potencia reactiva son las ecuaciones de flujos de potencia:

$$P_{gk} - P_{Dk} - \left[ v_i^2 G_{ii} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} v_j y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \right] = 0 \quad (2)$$

$$Q_{gk} - Q_{Dk} - \left[ -v_i^2 B_{ii} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} v_j y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \right] = 0 \quad (3)$$

Donde  $P_{gk}$ ,  $Q_{gk}$ ,  $P_{Dk}$  y  $Q_{Dk}$  son la potencia activa y reactiva generada y demandada respectivamente;  $y_{ij} \angle \theta_{ij}$  son los elementos de la matriz de admitancia nodal,  $v_i \angle \delta_i$  corresponde al voltaje en el nodo  $i$ , y  $nm$  es el número de nodos del sistema. Las restricciones de desigualdad consideradas son:

$$v_{i,\min} \leq v_i \leq v_{i,\max} \quad (4)$$

$$Q_{g,\min} \leq Q_{g_i} \leq Q_{g,\max} \quad (5)$$

Las funciones de penalización utilizadas en las restricciones de los perfiles de voltaje son del tipo cuadrático y únicamente se incluyen en la función de Lagrange cuando una de ellas ha sido violada. Si alguno de los generadores viola cualquiera de sus límites de generación de potencia reactiva, se considera que el nodo debe mantenerse como nodo de carga o se sobreexcita el generador dentro de su curva de capacidad mantenerlo para dentro de sus límites de operación.

### 4.2 Determinación del costo por el soporte de voltaje

El costo total a corto plazo  $C_i$  es la suma de todos los costos en los que se incide durante un proceso productivo [10]. Los costos fijos son denominados también como explícitos o directos y están relacionados con los costos de inversión, mantenimiento y administración. Por otro lado los costos variables identificados como implícitos o indirectos son los costos involucrados alrededor del proceso de producción, así como el conjunto de energéticos necesarios.

#### 4.2.1 Cálculo del costo fijo

La función principal de los generadores es producir potencia activa, sin embargo también absorben o generan potencia

reactiva, esta función en un sistema eléctrico desregulado se conoce como un servicio auxiliar, por lo tanto el costo fijo de los generadores por suministrar soporte de potencia reactiva se calcula a partir del factor de recuperación del capital, este factor se utiliza para determinar la recuperación anual del capital invertido en el generador a partir de un interés económico establecido y un periodo de tiempo de vida útil del generador [11], el cual se obtiene por :

$$\sigma_{g_i} = I_{g_i} \left[ \frac{i_{g_i} (1 + i_{g_i})^n}{(1 + i_{g_i})^n - 1} \right] \quad (6)$$

Donde  $\sigma_{g_i}$  es el factor de recuperación del capital del generador  $i$ ,  $I_{g_i}$  es el capital invertido en el generador  $i$ ,  $i_{g_i}$  es el interés anual del generador  $i$  y  $n$  es la vida útil del generador. Por lo tanto el costo fijo por el soporte de potencia reactiva del generador se calcula con la recuperación anual del capital invertido en términos de los MVA generados y usando el triángulo de potencia para obtener la parte proporcional de MVA [6,11], como se muestra en la siguiente ecuación:

$$Cf_{g_i} = \left[ \frac{\sigma_{g_i}}{8760S_{g_i}} \right] \text{sen}\theta_{g_i} Q_{g_i} \quad (7)$$

Donde  $Cf_{g_i}$  costo fijo del generador  $i$  en [\$/hr],  $\sigma_{g_i}$  factor de recuperación anual del generador  $i$ ,  $\theta_{g_i}$  ángulo del factor de potencia del generador  $i$ ,  $Q_{g_i}$  potencia reactiva del generador  $i$ ,  $S_{g_i}$  potencia aparente del generador  $i$ .

#### 4.2.2 Cálculo del costo variable

En este trabajo se propone calcular el costo variable por el soporte de voltaje de los generadores a partir de dos componentes, el costo por la pérdida de oportunidad y un costo por operar fuera de sus condiciones nominales.

##### 4.2.2.1 Costo por pérdida de oportunidad

Un generador síncrono es diseñado para producir potencia activa bajo sus condiciones nominales, sin embargo, por las características de la curva de capacidad, existe un punto en el cual, para incrementar la generación de potencia reactiva, es necesario reducir la producción de potencia activa. Esta acción es definida como costo por pérdida de oportunidad [6,11,12].

En este trabajo el costo por pérdida de oportunidad se expresa como un costo variable del generador; definiendo esta expresión en términos del incremento de potencia reactiva [11,12]:

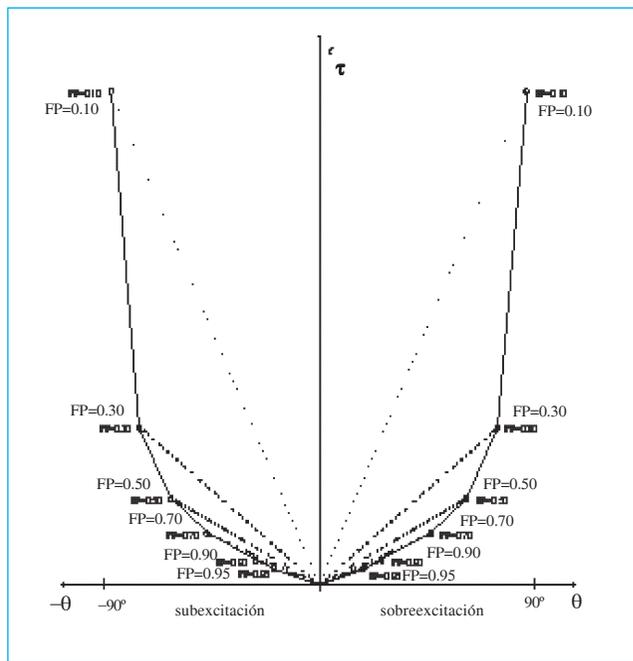


Fig. 1. Relación de potencias generadas y el ángulo del factor de potencia.

$$Cv'_{g_i} = \frac{\lambda_e (P_{g(a)} - P_{g(c)}) - [C_i(P_{g(a)}) - C_i(P_{g(c)})]}{[Q_{g'(c)} - Q_{g'(a)}]} \quad (8)$$

Donde  $Cv'_{g_i}$  costo variable del generador  $i$  por pérdida de oportunidad en [\$/hr],  $P_{g(a)}$  generación de potencia activa definida en el mercado primario,  $P_{g(c)}$  generación de potencia activa después de la reducción en su generación,  $Q_{g'(a)}$  y  $Q_{g'(c)}$  potencia reactiva antes y después de realizar la reducción de potencia activa respectivamente,  $\lambda_c$  costo de cada MW/hr definido en el despacho económico,  $C_i(P_{g(*)})$  costo de operación de potencia activa.

##### 4.2.2.2 Costo por operar fuera de sus condiciones nominales

En este trabajo se presenta una alternativa para determinar el costo variable en función de la curva de capacidad, la componente del costo variable está en términos  $\tau$  [13]. Como se puede observar en la figura 1, se define a  $\tau$  como una función cuadrática dependiente del ángulo del factor de potencia del generador, independientemente que éste opere de manera sobreexcitado o subexcitado. Por lo tanto, el costo por operar fuera de sus condiciones nominales es igual a cero siempre y cuando el factor de potencia sea aproximadamente igual al nominal.

**Tabla. 1.** Condiciones de operación y costos de los generadores.

Nodos	Voltaje	Potencia generada		Costos		Pérdida del sistema MW
		MW	MVAr	CO [\$/hr]	CSV [\$/hr]	
1	1.0644	118.667	6.2954	290.143	0.527	4.596
2	1.0510	31.746	12.0500	73.193	8.548	
5	1.0301	15.000	6.1300	29.062	6.209	
8	1.0331	10.000	8.8640	33.334	17.855	
11	1.0476	21.582	9.0800	53.474	3.944	
13	1.0424	12.000	9.1700	39.600	1.598	
		208.990	51.5800	518.790	38.64	

Por lo que la componente del costo variable por operar fuera de sus condiciones nominales se establece a partir de la siguiente ecuación [13]:

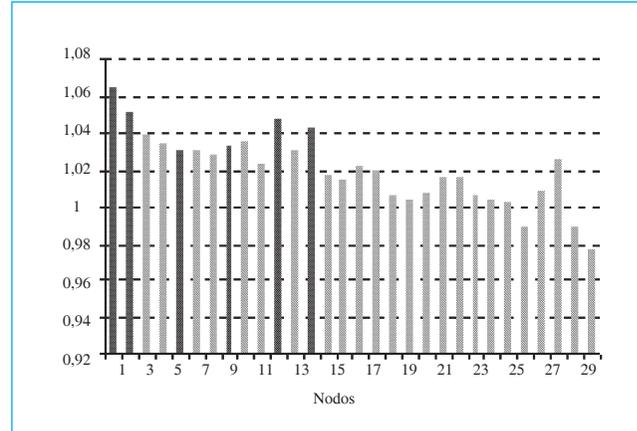
$$Cv''_{gi} = \left[ \frac{\sigma_{gi}}{8760S_{gi}} \right] \text{sen}\theta_{gi} \tau_{gi} Q_{gi} \quad (9)$$

Donde  $Cv''_{gi}$  es el costo variable del generador  $i$ , por operar fuera de sus condiciones nominales en [\$/hr],  $\sigma_{gi}$  es el factor de recuperación anual del generador  $i$ ,  $\theta_{gi}$  es el ángulo del factor de potencia del generador  $i$ ,  $Q_{gi}$  es la potencia reactiva del generador  $i$ ,  $S_{gi}$  es la potencia aparente nominal del generador  $i$ ,  $\tau_{gi}$  es la relación de potencias absolutas generadas  $\left[ \frac{Q_{gi}}{P_{gi}} \right]$ .

### 4.3 Caso de estudio

Se realiza un caso de estudio en el sistema de 30 nodos [14], el cual está formado por seis unidades de generación y 41 líneas de transmisión. Los datos de este sistema, el costo de producción de potencia activa y el costo de inversión de cada generador se detallan en [13]. Las condiciones de operación del sistema de potencia activa se obtienen de un despacho económico de potencia activa, posteriormente se aplica el despacho de potencia reactiva utilizando el método del gradiente y se establece el costo por el soporte de voltaje de los generadores participantes, utilizando las ecuaciones 7, 8 y 9.

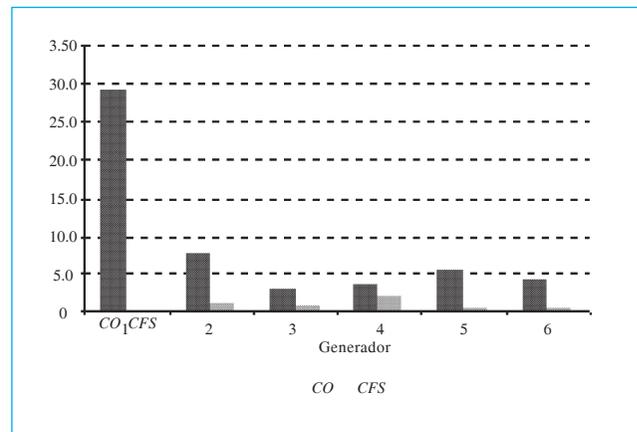
En la tabla 1 se presentan las condiciones de operación de los generadores y sus respectivos costos. Con la solución del despacho de potencia activa, el costo marginal es de 2.85 MW/hr, siendo el nodo compensador el de mayor contribución de potencia activa en el sistema. En la figura 2 se muestran las mag-



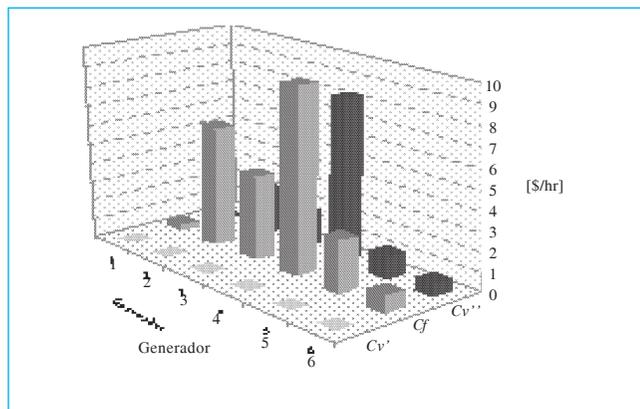
**Fig. 2.** Magnitudes de voltaje del sistema.

nitudes de voltaje de todos los nodos del sistema, en donde los mejores perfiles de voltaje se obtienen en los nodos de generación. El costo de producción de potencia activa en los generadores (CO) es superior al costo por el soporte de voltaje (CSV), sin embargo como se puede observar en la figura 3 el CSV del generador 4 es aproximadamente la mitad de su respectivo CO.

En la figura 4 se muestra que el CSV está formado por su costo fijo y su costo variable por operar fuera de sus condiciones nominales. También se puede notar que aunque el generador 4 no aporta la mayor parte de la generación de potencia reactiva al sistema, su costo variable representa cerca de la mitad de su CSV total, esto se debe a que el generador opera lejos de sus



**Fig. 3.** Costo de operación y costo por el soporte de voltaje de los generadores.



**Fig. 4.** Costo fijo, costo por pérdida de oportunidad y costo por operar fuera de sus condiciones nominales.

condiciones nominales y su variable  $\tau$  alcanza un valor significativo. Si bien ningún generador opera bajo condiciones nominales, tampoco existe la necesidad de reducir su generación de potencia activa por lo que el  $Cv'_{gi} = 0$ .

## 5. Conclusiones

En este trabajo se determina el CSV, la generación de potencia reactiva se establece a través de un despacho de potencia reactiva, el cual es resuelto con el método del gradiente; por lo tanto se concluye:

- Si se calcula únicamente como costo variable el costo por pérdida de oportunidad ( $Cv'$ ), puede provocar cambios en el mercado primario de potencia activa. Con el cálculo de  $Cv''$  como costo variable puede ser atractivo para los generadores ya que percibirían ingresos aun sin violar sus límites de generación de potencia reactiva.
- Con el planteamiento para determinar el CSV, éste depende de la generación de potencia reactiva, pero principalmente de las condiciones de operación de cada generador.
- El CSV total del sistema no llega a ser tan representativo como el CO, sin embargo, de manera local para cada generador, puede llegar a ser equivalente a su respectivo CO dependiendo de sus condiciones de operación.
- Para poder definir de manera integral un costo por el soporte de voltaje en el sistema, es muy importante la coordinación de todas las fuentes de potencia reactiva, ya que bajo un esquema horizontal, las pérdidas de potencia activa en la red son consideradas también como un servicio auxiliar.

## 6. Referencias

- [1] L. Philipson and H. L. Willis, *Understanding Electric Utilities and De-Regulation*, Marcel Dekker, Inc, 1999.
- [2] S. M. Villamizar Rueda and K. C. Almeida, «Optimal Power Flow Solutions under Variable Load Conditions: Reactive Power Cost Modeling», *Innovative Computing for Power Electric Energy Meets the Market, IEEE Power Engineering Society International Conference*, May 2001.
- [3] Julián Barquín and Tomás Gómez San Román, «Reactive Power Pricing: A Conceptual Framework for Remuneration and Charging Procedures», *IEEE Transaction on Power Systems*, Vol. 15, No. 2, May. 2000.
- [4] N. H. Dandachi and M. J. Rawlins, «OPF for Reactive Pricing Studies on the NGC System», *Power Industry Compute Application Conference*, 1995. Conference Proceeding, IEEE, May 1995.
- [5] Syed Ahmed and Goran Strbac, «A method for Simulation and Analysis of Reactive Power Market», *Power Industry Computer Applications*. IEEE, International Conference, May 1999.
- [6] John W. Lamount and Jian Fu, «Cost Analysis of Reactive Power Support», *IEEE Transaction on Power Systems*, vol. 14, No. 3, November 1999.
- [7] José Horacio Tovar Hernández y Gustavo Carlos Tequitlala Gómez, «Metodología para la Asignación de Cargos por el Servicio de Regulación de Voltaje y Reservas de Potencia Reactiva», *IEEE Reunión de Verano RVP-AI/02*, Julio 2002.
- [8] Q. H. Wu and J. T. Ma, «Power System Optimal Reactive power Dispatch Using Evolutionary Programming», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, No. 3, August 1995.
- [9] A. J. Word, B. Wollenberg, *Power Generation Operation and Control*, John Willey & Sons, Inc., 1984.
- [10] Roger D. Blair and Lawrence W. Kenny, *Microeconomics*, John Wiley & Sons, 1987.
- [11] Edson Luiz da Silva and Jonathan J. Hedgecock, «Practical Cost – Based Approach for the Voltage Ancillary Service», *IEEE Transaction on Power Systems*, vol. 16, No. 4, November 2001.
- [12] Kankar Bhattacharya and Jin Zhong, «Reactive Power as an Ancillary Service», *IEEE Transaction on Power Systems*, Vol. 16, No. 2, May. 2001.
- [13] Sergio Baruch Barragán Gómez, *Aplicación del Despacho Óptimo de Potencia Reactiva al Establecimiento del Costo por el Soporte de Voltaje en un Sistema Eléctrico con Despacho Centralizado*, Tesis de Maestría, IPN SEPI ESIME Zacatenco, México D.F., 2004.
- [14] *IEEE 30-Bus System Power System Test Case Archive*. University of Washington, Seattle. <http://www.ee.washington.edu/research>